BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB
17. JANUAR 2017
LÖSUNGSSCHLÜSSEL

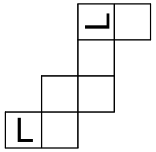
	Klasse 3	Klasse 4	Klasse 5		Klasse 6	Klasse 7	Klasse 8	
1.	**A C D E**	**D**	**B D**	1.	**B C D**	**C**	**B**	1.
2.	**D E**	**A C**	**D**	2.	**B C D**	**A B**	**B**	2.
3.	**D**	**C D E**	**B**	3.	**D**	**C D**	**A B C D E**	3.
4.	**D**	**B C D**	**B D**	4.	**E**	**B**	**A B C D E**	4.
5.	**A B C**	**A D**	**C**	5.	**D**	**A B C D E**	**A B C D E**	5.
6.	**A B C D**	**A B C D**	**C D**	6.	**C**	**A C E**	**D**	6.
7.	**A B C**	**A B E**	**A B D E**	7.	**C D**	**D**	**C D**	7.
8.	**B**	**C D**	**B**	8.	**C**	**B**	**C D**	8.
9.	**B**	**C**	**D**	9.	**A C**	**A D E**	**B C D E**	9.
10.	**D**	**A B C D**	**A C**	10.	**A B C**	**C D**	**A**	10.
11.	**B D E**	**B**	**C**	11.	**C D**	**D**	**D**	11.
12.	**B D**	**B D**	**A B C D E**	12.	**A C E**	**C**	**C D E**	12.
13.	**A C**	**B C E**	**A C E**	13.	**D E**	**E**	**C**	13.
Max. Punkte	***184 + 16***	***187 + 16***	***182 + 16***	*Max. Punkte*	***181 + 16***	***180 + 16***	***188 + 16***	*Max. Punkte*

	Klasse 9	Klasse 10		Klasse 11	Klasse 12	
1.	**D**	**D**	1.	**A B C D**	**A C E**	1.
2.	**C D**	**B E**	2.	**A B C D**	**A B C D E**	2.
3.	**B C D**	**A B C D**	3.	**D**	**C D E**	3.
4.	**A B C E**	**A B D**	4.	**B C D E**	**C D**	4.
5.	**A B D**	**B D**	5.	**A B D**	**B E**	5.
6.	**B**	**C D**	6.	**B D E**	**A B C D**	6.
7.	**D E**	**C D**	7.	**A C E**	**B**	7.
8.	**C**	**C D E**	8.	**A B C**	**A B C**	8.
9.	**E**	**A B C D**	9.	**D**	**A B**	9.
10.	**D**	**A B C D E**	10.	**C D E**	**B C D E**	10.
11.	**A**	**D**	11.	**A B C**	**C D E**	11.
12.	**A B C**	**C D E**	12.	**D**	**A B C D E**	12.
13.	**C D E**	**D E**	13.	**C**	**A C E**	13.
Max. Punkte	***182 + 16***	***190 + 16***	*Max. Punkte*	***190 + 16***	***196 + 16***	*Max. Punkte*

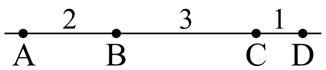
<u>Klasse 3</u>: Wir geben für jede Zahlenreihe mindestens ein Beispiel an.
$7\cdot3+2-5-8=10$; $7+3\cdot2+5-8=10$. $8\cdot2+4-6-4=10$.
$5\cdot5-2\cdot5-5=10$. $6\cdot3-4+2-6=10$; $6\cdot3+4-2\cdot6=10$; $6+3\cdot4-2-6=10$.
Bei allen vier Zahlenreihen wird nur je ein Beispiel bewertet. Im Falle eines richtigen Beispiels gibt es **4 Punkte** pro Zahlenreihe. Für ein falsches Beispiel erfolgt kein Punktabzug (**maximal 16 Punkte**).

<u>Klasse 4</u>: Anbei fünf unterschiedliche korrekte Lösungen: $6\cdot3-4+2-6=10$, $6:3+4:2+6=10$, $6\cdot3+4-2\cdot6=10$, $6:3+4-2+6=10$, $6+3\cdot4-2-6=10$.
Für jede richtige Lösung gibt es **4 Punkte**, wobei nicht mehr als vier richtige Lösungen bewertet werden (**maximal 16 Punkte**). Für falsche Lösungen erfolgt kein Punktabzug.

<u>Klasse 5</u>: Die korrekte Figur sieht so aus:
Für jedes freigelassene Quadrat gibt es je einen Punkt (insgesamt **5 Punkte**).
Wurde in das richtige Quadrat ein L eingezeichnet, bekommt man **5 Punkte**.
Für die richtige Lage des Buchstaben gibt es **6 weitere Punkte**. Bei diesen 5 bzw. 6 Punkten werden keine Teilpunkte verteilt (**maximal 16 Punkte**).



<u>Klasse 6</u>: Die Antwort lautet ja (**2 Punkte**). Eine mögliche Aufstellung zeigt die Figur. Der Abstand zwischen A und B beträgt 2 m (**3 Punkte**), zwischen B und C 3 m (**3 Punkte**), zwischen C und D 1 m (**3 Punkte**). Es gilt: 1 m ist der Abstand zwischen C und D, 2 m zwischen A und B, 3 m zwischen B und C, 4 m zwischen B und D, 5 m zwischen A und C, 6 m zwischen A und D (**5 Punkte**). (Insgesamt **maximal 16 Punkte**.)

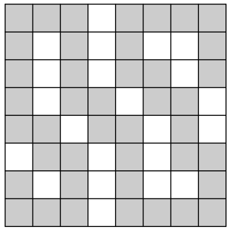


<u>Klasse 7</u>: Anbei vier Zahlenbeispiele:

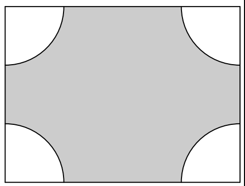
$2, 2, 2, 2, -\frac{1}{15}$ $2, 2, 2, 3, -\frac{1}{11}$ $2, 2, 3, 3, -\frac{1}{8}$ $5, 6, 7, 8, -1$

Für jede Lösung (die nur einmal vorkommt) gibt es je **4 Punkte** (**maximal 16 Punkte**).

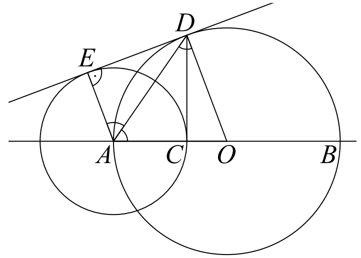
<u>Klasse 8</u>: Die Figur zeigt ein Beispiel mit 42 schraffierten Feldern. Das Startfeld war in der Spalte ganz links das zweite Feld von unten (die anderen Felder ergeben sich dann automatisch).
Die Punkteverteilung ist wie folgt:
- 37 korrekt schraffierte Feder: **2 Punkte**,
- 38 korrekt schraffierte Feder: **4 Punkte**,
- 39 korrekt schraffierte Feder: **7 Punkte**,
- 40 korrekt schraffierte Feder: **10 Punkte**,
- 41 korrekt schraffierte Feder: **13 Punkte**,
- 42 korrekt schraffierte Feder: **16 Punkte**. (Insgesamt **maximal 16 Punkte**.)



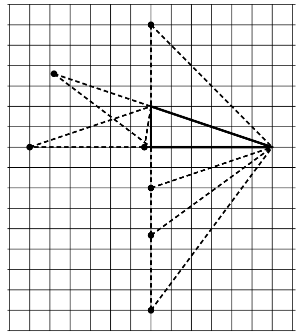
<u>Klasse 9</u>: Den gesuchten Bereich erhalten wir, indem wir vier Viertelkreise mit dem Radius 1 m und mit den Mittelpunkten in den vier Eckpunkten weglassen (**6 Punkte**). Die Begründung basiert auf dem Thaleskreis (**4 Punkte**). Jeder verbliebene Punkt der schraffierten Fläche (siehe Figur) kann zerkratzt werden (**4 Punkte**). Die Punkte der Konturlinie gehören mit dazu (**2 Punkte**) (**maximal 16 Punkte**).



<u>Klasse 10</u>: Der Mittelpunkt des Kreises mit dem Durchmesser *AB* sei *O*. Die gemeinsame Tangente berührt den anderen Kreis in *E* (siehe Figur). Das Dreieck *AOD* ist gleichschenklig, denn *OD* und *OA* sind Radien desselben Kreises (**1 Punkt**).
Es gilt: $\sphericalangle ODA = \sphericalangle OAD$ (Basiswinkel) (**2 Punkte**).
Aus $OD \parallel AE$ (**2 Punkte**) folgt:
$\sphericalangle DAE = \sphericalangle ODA = \sphericalangle OAD$ (Wechselwinkel und Basiswinkel) (**2 Punkte**). Dies bedeutet, dass die Dreiecke *DEA* und *DCA* kongruent sind (**3 Punkte**), denn $\overline{EA}=\overline{AC}$ (Radien), *DA* ist eine gemeinsame Seite und $\sphericalangle DAE = \sphericalangle DAO$ (sws) (**3 Punkte**).
Es folgt: $\sphericalangle$ DCA = $\sphericalangle$ DEA = 90° (**2 Punkte**). Damit ist bewiesen, dass *CD* senkrecht zu *AB* steht (**1 Punkt**). Jede andere korrekte Lösung wird ähnlich bewertet (**maximal 16 Punkte**).



<u>Klasse 11</u>: Es gibt insgesamt 7 unterschiedliche Dreiecke (drei davon liegen in der linken, vier davon in der rechten Hälfte der Figur).
Punkteverteilung:
- 1 korrektes Dreieck: **1 Punkt**
- 2 korrekte Dreiecke: **3 Punkte**
- 3 korrekte Dreiecke: **5 Punkte**
- 4 korrekte Dreiecke: **7 Punkte**
- 5 korrekte Dreiecke: **10 Punkte**
- 6 korrekte Dreiecke: **13 Punkte**
- 7 korrekte Dreiecke: **16 Punkte** (**maximal 16 Punkte**).



<u>Klasse 12</u>: Wegen $10>1$ ist $\log_5 10>0$ (**2 Punkte**). Wir untersuchen nun, welche Folgen es hätte, wenn $\log_5 10$ rational wäre (**2 Punkte**). Dann gäbe es zwei natürliche Zahlen *p* und *q*, so dass $\log_5 10=\frac{p}{q}$ (**2 Punkte**). $\log_5 10=\frac{p}{q} \Leftrightarrow 5^{\frac{p}{q}}=10 \Leftrightarrow \sqrt[q]{5^p}=10 \Leftrightarrow 5^p=10^q$ (**4 Punkte**). Die Zahl 5^p hat als letzte Ziffer die 5, 10^q endet hingegen auf 0 (**2 Punkte**). Dies bedeutet, dass die Gleichung $5^p=10^q$ <u>nicht</u> stimmen kann (**2 Punkte**). Es folgt, dass $\log_5 10$ <u>nicht</u> rational sein kann (**1 Punkt**).
Daher ist $\log_5 10$ eine irrationale Zahl (**1 Punkt**).
Jede andere korrekte Lösung wird ähnlich bewertet (**maximal 16 Punkte**).