

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs*

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

2018

FINALE
KLASSE 12



J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:

PROF. DR. FREUND TAMÁS

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Vizepräsident der Ungarischen Akademie*

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:

NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:

ATTILA FURDEK, Mathematiklehrer

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:

MATTHIAS BENKESER, Mathematiklehrer

KOORDINATORIN:

RITA FESER, Mathematiklehrerin

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:

GEORG PROBST, Informatiker

TASSY GERGELY, Mathematiklehrer



www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.

Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. In einem Koordinatensystem sind folgende Punkte gegeben: $(0; 0)$, $(0; 1)$, $(0; 2)$, $(1; 0)$, $(1; 1)$, $(2; 0)$.

Wie viele Kreise mit folgender Eigenschaft gibt es insgesamt: Mindestens drei der obigen Punkte liegen auf dem Kreis.

Bemerkung: Unter Kreis versteht man die Kreislinie.

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 17 (E) 20

2. Die Mine eines Bleistifts hat als Spitze einen senkrechten Kreiskegel mit dem Öffnungswinkel 12° . Während des Schreibens schließt der Bleistift stets einen 42° Winkel mit der Ebene des Blattes ein. Mit dem Bleistift wird stets so lange geschrieben, bis das Holz des Bleistifts das Papier berührt – egal, wie wir ihn drehen. Erst dann wird er gespitzt. Nach dem Anspitzen bildet die Mine, die herausragt, wieder einen senkrechten Kreiskegel mit dem Öffnungswinkel 12° .

Die Frage: Welcher Anteil der Mine geht durch das Anspitzen verloren?

Bemerkungen: Sowohl der Bleistift als auch seine Mine sind bis auf ihre Spitzen zylinderförmig und haben eine gemeinsame Symmetrieachse. Der 42° -Winkel ist der Neigungswinkel zwischen dieser Symmetrieachse und der Ebene des Blattes. Beim Anspitzen bleibt die Spitze der Mine erhalten (die Spitze wird nur beim Schreiben verbraucht). Nach dem letzten Anspitzen stellt man fest, dass man das Holz genau weggespitzt hat.

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) weniger als $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) mehr als $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

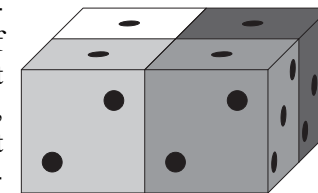
3. Andreas hat 100 gleich aussehende Kugeln, von denen 1 Kugel eine elektromagnetische Strahlung hat. Er weiß aber nicht, welche Kugel dies ist. Bea möchte von Andreas Kugeln kaufen, die garantiert nicht strahlen. Sie zahlt 1 € für jede solche Kugel. Claudius hat ein Messgerät, mit dessen Hilfe er für eine beliebige Anzahl von Kugeln entscheiden kann, ob die strahlende Kugel darunter ist oder nicht. Er verlangt 1 € für eine solche Messung. Sein Gerät hat jedoch auch einen Defekt, und zwar: Wenn die strahlende Kugel unter den untersuchten Kugeln ist, dann werden durch die Messung alle gerade untersuchten Kugeln strahlend.

Die Frage: Was ist der größte Gewinn, den Andreas unter diesen Umständen in jedem Fall erzielen kann?

Bemerkung: Bea kauft von Andreas so viele Kugeln wie möglich.

- (A) 80 (B) 85 (C) 88 (D) 90 (E) 91

4. Vier Spielwürfel sind baugleich haben aber unterschiedliche Farben. Sie wurden nebeneinander auf einen Tisch gelegt (siehe Figur). In einem Schritt tut man Folgendes: Man wählt zwei Würfel aus, die eine gemeinsame Seitenfläche haben und dreht sie um je 90° . Die Drehachse ist dabei jene Gerade, die durch den Mittelpunkt der gemeinsamen Seitenfläche geht und zu ihr senkrecht steht. Man kann beliebig viele Schritte nacheinander durchführen.



Die Frage: Wie viele verschiedene Figuren kann man insgesamt erhalten?

- (A) 2^{12} (B) weniger als 12^4 (C) 12^4 (D) mehr als 12^4 (E) 24^4

5. Es gibt vier Punkte in der Ebene. Die Entfernung je zweier solcher Punkte beträgt entweder a oder b (mit $a > b > 0$).

Welchen Wert kann das Verhältnis $\frac{a}{b}$ annehmen?

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (E) 2