Lösungen – Klasse 4

1. In einem Kino wurden die 32 Plätze einer Sitzreihe von 1 bis 32 durchnummeriert. Anna und Bea sitzen beide in dieser Reihe. Anna hat Platz 18 und Bea Platz 24. Wie viele Personen können in dieser Reihe zwischen Anna und Bea sitzen?
Bemerkung: Auf jedem Platz kann höchstens eine Person sitzen.

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

Lösung: Zwischen Anna und Bea befinden sich die Plätze 19, 20, 21, 22 und 23, also insgesamt 5 Plätze. Da auf jedem der Stühle höchstens eine Person sitzen kann, können zwischen Anna und Bea höchstens **5** Personen sitzen (wenn jeder dieser Plätze belegt ist). Es könnte aber auch sein, dass nur **4** Personen zwischen ihnen sitzen (wenn genau ein Platz nicht belegt ist) oder nur **3** Personen (wenn genau zwei Plätze nicht belegt sind).

Die richtige(n) Antwort(en): A, B, C

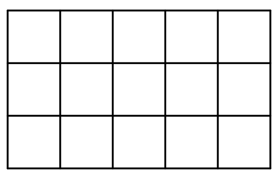
2. Man soll die Zahl 20 als Summe von verschiedenen Ziffern darstellen. Mit wie vielen solchen Ziffern ist dies möglich?
Bemerkung: Die Ziffern sind 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

Lösung: Mit **3** Ziffern klappt es, z. B. $5 + 6 + 9 = 20$. Mit **4** Ziffern geht es auch, z. B. $2 + 4 + 5 + 9 = 20$. Mit **5** Ziffern klappt es z. B. folgendermaßen:
$1+2+3+5+9 = 20$. Schließlich ist es auch mit **6** Ziffern möglich, wie z. B.:
$0+1+2+3+5+9 = 20$.
Mit nur 2 Ziffern klappt es aber nicht. Begründung: Selbst die Summe der zwei größten Ziffern ist $9+8=17$, also weniger als 20.

Die richtige(n) Antwort(en): B, C, D, E

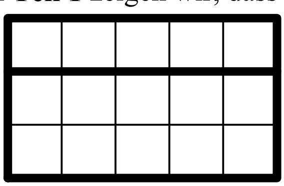
3. Jemand hat das 5×3 Rechteck entlang der Gitternetzlinien in kleinere Rechtecke zerschnitten. Keine zwei dieser kleineren Rechtecke sind gleich. In wie viele solche Rechtecke konnte man das 5×3 Rechteck insgesamt zerlegt haben?

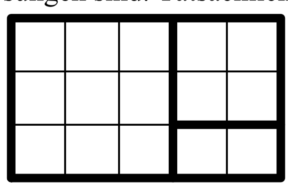


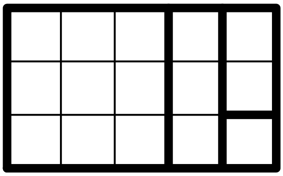
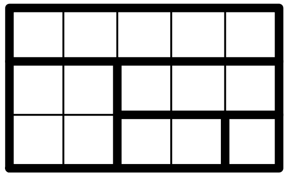
Bemerkung: Quadrate zählen auch zu den Rechtecken.

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

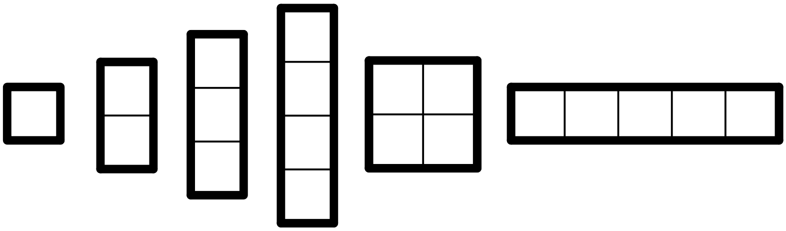
Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **2**, **3**, **4** und **5** Lösungen sind. Tatsächlich:

2 Teile: 

3 Teile: 

4 Teile:  **5** Teile: 

In **Teil 2** zeigen wir, dass 6 keine Lösung darstellt. Tatsächlich, selbst wenn wir die 6 kleinsten Rechtecke betrachten (siehe Figur), ergeben diese insgesamt bereits $1+2+3+4+4+5=19$ Kästchen. Dies geht aber nicht, da das Ausgangsrechteck aus nur 15 Kästchen (5×3) besteht.



Die sechs kleinsten Rechtecke

Die richtige(n) Antwort(en): A, B, C, D

4. Wie viele positive dreistellige Zahlen gibt es insgesamt, bei denen die Summe der drei Ziffern 4 beträgt?

(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *8* **(D)** *10* **(E)** *12*

Lösung: Wir schreiben die gesuchten Zahlen nach und nach auf.
Zahlen mit Hunderterziffer 1: 103, 112, 121, 130. Es sind 4 solche Zahlen.
Zahlen mit Hunderterziffer 2: 202, 211, 220. Es sind 3 solche Zahlen.
Zahlen mit Hunderterziffer 3: 301, 310. Es sind 2 solche Zahlen.
Zahlen mit Hunderterziffer 4: 400. Es gibt diesmal nur 1 solche Zahl.
Insgesamt gibt es $4+3+2+1=\mathbf{10}$ Zahlen.

Die richtige(n) Antwort(en): D

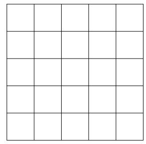
5. Welche der aufgeführten Zahlen können als Summe von vier unterschiedlichen zweistelligen Zahlen dargestellt werden?

(A) *37* **(B)** *45* **(C)** *100* **(D)** *300* **(E)** *400*

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass es mit **100** und **300** klappt. Dazu geben wir je ein Beispiel an: $20+21+22+37=\mathbf{100}$ und $27+90+91+92=\mathbf{300}$.
In **Teil 2** zeigen wir, dass 37 und 45 keine Lösungen sind. Begründung: Die Summe der vier *kleinsten* zweistelligen Zahlen ist $10+11+12+13=46$. Beide Zahlen 37 und 45 sind aber kleiner als 46.
In **Teil 3** zeigen wir, dass 400 keine Lösung ist. Begründung: Die Summe der vier *größten* zweistelligen Zahlen ist $96+97+98+99=390$ und 400 ist größer als 390.

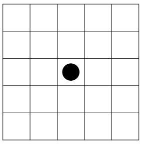
Die richtige(n) Antwort(en): C, D

6. Auf einige Felder eines 5×5 Brettes hat jemand Steine gelegt. Es gilt: In jedem 3×3 Bereich des Brettes steht genau ein Stein. Wie viele Steine können insgesamt auf dem Brett stehen?

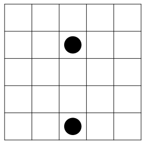


(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

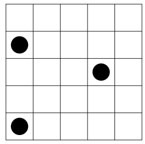
Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **1**, **2**, **3** und **4** Steine möglich sind. Dazu geben wir jeweils ein passendes Beispiel an:



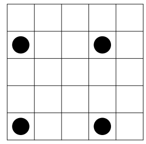
1 Stein



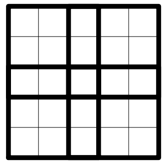
2 Steine



3 Steine



4 Steine



In **Teil 2** zeigen wir, dass 5 keine Lösung ist. Dazu betrachten wir jene vier 3×3 Bereiche, die die vier Eckpunkte enthalten. Die Konturen dieser Bereiche wurden **fett** eingezeichnet. Die vier Bereiche decken das ganze 5x5 Brett ab (einige Felder sogar mehrmals). Laut Aufgabentext gilt: In jedem 3×3 Bereich des Brettes steht genau ein Stein. Daraus folgt: Auf dem Brett können höchstens 4 Steine stehen. 5 (oder mehr) Steine sind also nicht möglich.

Die richtige(n) Antwort(en): A, B, C, D

7. Ein Kind lügt montags, dienstags und freitags. An den anderen Wochentagen sagt er die Wahrheit. An welchen Wochentagen konnte das Kind folgenden Satz nicht gesagt haben?
„Vorgestern log ich und übermorgen werde ich ebenfalls lügen."

(A) *Mittwoch* **(B)** *Donnerstag* **(C)** *Freitag* **(D)** *Samstag* **(E)** *Sonntag*

Lösung: Zunächst veranschaulichen wir die Wochentage. Wir betrachten eine volle Woche und noch zwei Tage vorher und zwei Tage nachher.

Sa. So. *Mo.* *Di.* Mi. Do. *Fr.* Sa. So. *Mo.* *Di.*

Jene Tage, an denen das Kind *lügt*, wurden *kursiv* dargestellt.
Nun untersuchen wir den Satz an allen aufgezählten Wochentagen.

Mittwoch: Vorgestern ist *Montag* und übermorgen ist *Freitag*. Der Satz „Vorgestern log ich und übermorgen werde ich ebenfalls lügen." ist wahr. Da das Kind mittwochs die Wahrheit sagt, konnte es den Satz gesagt haben.

Donnerstag: Vorgestern ist *Dienstag* und übermorgen ist Samstag. Der Satz „Vorgestern log ich und übermorgen werde ich ebenfalls lügen." kann nicht wahr sein, denn am Samstag lügt das Kind nicht. Da das Kind donnerstags aber nicht lügt, kann es den Satz am Donnerstag nicht gesagt haben.

Freitag: Vorgestern ist Mittwoch und übermorgen ist Sonntag. Der Satz „Vorgestern log ich und übermorgen werde ich ebenfalls lügen." ist eine Lüge. Da das Kind *freitags* lügt, konnte es den Satz gesagt haben.

Samstag: Vorgestern ist Donnerstag und übermorgen ist *Montag*. Der Satz „Vorgestern log ich und übermorgen werde ich ebenfalls lügen." kann nicht wahr sein, denn am Donnerstag lügt das Kind nicht. Der Satz ist also gelogen. Da das Kind samstags aber nicht lügt, kann es den Satz am Samstag nicht gesagt haben.

Sonntag: Vorgestern ist *Freitag* und übermorgen ist *Dienstag*. Der Satz „Vorgestern log ich und übermorgen werde ich ebenfalls lügen." ist wahr. Da das Kind sonntags die Wahrheit sagt, konnte es den Satz gesagt haben.

Bemerkung: Man kann zeigen, dass das Kind am Montag und am Dienstag den Satz hätte sagen können.

Anregung: Der geneigte Leser möge dies zeigen.

Die Untersuchung ergab: Das Kind konnte den Satz am Donnerstag und am Samstag nicht gesagt haben.

Die richtige(n) Antwort(en): B, D

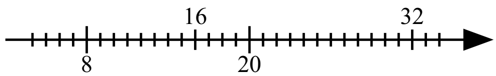
8. Entlang eines geradlinigen Weges stehen nach jedem ganzen Kilometer Steine, die mit ganzen Zahlen durchnummeriert sind. Wie viele solche Steine gibt es insgesamt, die vom 8-Kilometer-Stein zweimal so weit entfernt liegen wie vom 20-Kilometer-Stein?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

Lösung: Wir veranschaulichen die Straße samt Meilensteine.

Rechts von 20 ist nur **32** eine Lösung. Tatsächlich, 32 ist 12 km von 20 bzw. 24 km von 8 entfernt und 24 ist das Zweifache von 12.

Zwischen 9 und 12 ist nur **16** eine Lösung. Tatsächlich, 16 ist 4 km von 20 bzw. 8 km von 8 entfernt und 8 ist das Zweifache von 4.



Links von 8 gibt es keine Lösung. Begründung: Diese Zahlen liegen näher zu 8 als zu 20. Daher kann es nicht sein, dass sie von 8 zweimal so weit entfernt liegen als von 20.

Es gibt also insgesamt **zwei** Steine.

Die richtige(n) Antwort(en): C

9. Zwei Mannschaften spielten insgesamt 10 Spiele gegeneinander. Bei einem Sieg gab es 4 Punkte, bei Unentschieden 2 Punkte, bei einer Niederlage 1 Punkt. Die zwei Mannschaften bekamen zusammen insgesamt 46 Punkte. Wie viele der Spiele konnten insgesamt unentschieden ausgegangen sein?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

Lösung: In **Teil 1** formulieren wir einige Feststellungen.

1. Feststellung: Bei Sieg / Niederlage erhielten die zwei Mannschaften zusammen insgesamt $4+1=5$ Punkte.

2. Feststellung: Bei Unentschieden erhielten die zwei Mannschaften zusammen insgesamt $2+2=4$ Punkte.

Aus der 1. und 2. Feststellung folgt:

3. Feststellung: Bei Unentschieden erhielten die zwei Mannschaften zusammen insgesamt 1 Punkt weniger als bei Sieg / Niederlage.
In **Teil 2** beantworten wir die eigentliche Frage. Aus der 1. Feststellung folgt: Wenn kein Spiel Unentschieden ausgegangen wäre, hätten die zwei Mannschaften zusammen insgesamt 50 Punkte erhalten ($10 \cdot 5$).
Statt 50 erhielten die zwei Mannschaften aber insgesamt nur 46 Punkte, also 4 Punkte weniger als 50. Aus der 3. Feststellung folgt: Es muss genau **4** Mal Unentschieden gewesen sein.

Die richtige(n) Antwort(en): C

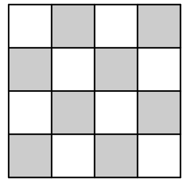
10. In einem zoologischen Garten leben viele Affen. Ein Affe ist an einem Tag nur dann glücklich, wenn er an dem Tag drei unterschiedliche Obstsorten gegessen hat. Heute gibt es 8 Äpfel, 12 Aprikosen, 16 Orangen und 20 Bananen. Wie viele Affen können heute insgesamt glücklich werden?

(A) *12* **(B)** *14* **(C)** *16* **(D)** *18* **(E)** *20*

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **18** eine Lösung ist. Tatsächlich, wenn 2 Affen je einen Apfel, eine Aprikose und eine Banane bekommen, 6 Affen je einen Apfel, eine Orange und eine Banane erhalten und 10 Affen je eine Aprikose, eine Orange und eine Banane erhalten. Dann gibt es 18 (2 + 6 + 10) glückliche Affen. Es wurden 8 Äpfel, 12 Aprikosen, 16 Orangen und 18 Bananen verbraucht.
In **Teil 2** zeigen wir, dass **16** eine Lösung ist. Dies können wir zum Beispiel dann erreichen, wenn bei der Verteilung aus Teil 1 die Banane zweier Affen ein anderer Affe erhält.
In **Teil 3** zeigen wir, dass **14** eine Lösung ist. Dies können wir zum Beispiel dann erreichen, wenn bei der Verteilung aus Teil 1 die Banane vierer Affen andere Affen erhalten.
In **Teil 4** zeigen wir, dass **12** eine Lösung ist. Dies können wir zum Beispiel dann erreichen, wenn bei der Verteilung aus Teil 1 die Banane sechser Affen andere Affen erhalten.
In **Teil 5** zeigen wir, dass 20 keine Lösung ist. Begründung: Damit 20 Affen glücklich werden, bräuchte man 60 Obststücke ($20 \cdot 3$). Heute gibt es aber nur 56 Obststücke ($8+12+16+20$). Da 56 kleiner als 60 ist, ist 20 keine Lösung.

Die richtige(n) Antwort(en): A, B, C, D

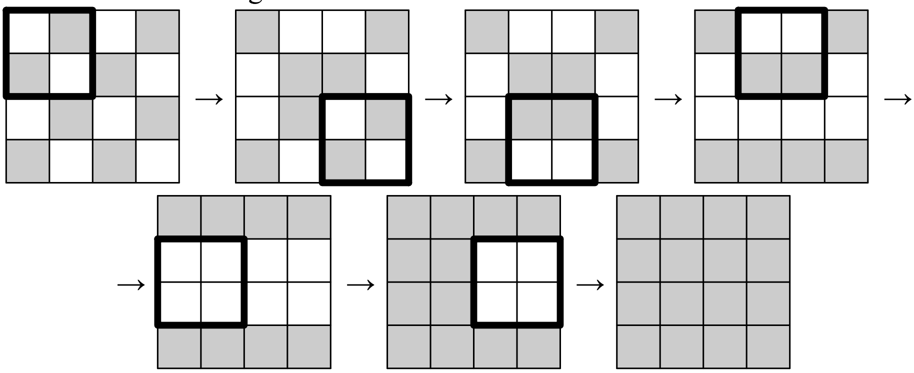
11. Bei einem 4×4 Brett sind die Felder abwechselnd weiß und grau (siehe Figur). Man kann sich nun einen 2×2 Bereich aussuchen und in diesem Bereich die Farben aller Felder umändern (aus weiß wird grau und umgekehrt). Dieses Verfahren darf man beliebig oft wiederholen.



Die Frage: In wie vielen Schritten kann man erreichen, dass alle Felder grau werden?

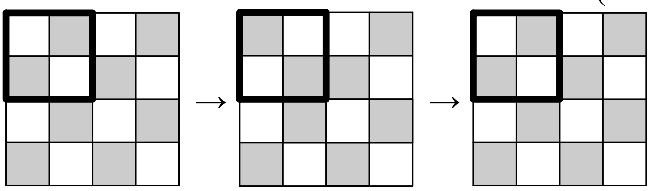
(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *8* **(D)** *10* **(E)** *12*

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **6** Schritte reichen. Dazu geben wir eine mögliche Lösung an (*Figur 1*). Überall wurden jene 2×2 Bereiche eingerahmt, bei denen die Farben geändert werden. Die 6 Pfeile stehen für die 6 Schritte:



Figur 1

In **Teil 2** zeigen wir, dass es auch mit **8** Schritten geht. Tatsächlich, wenn wir in einem 2×2 Bereich die Farben umändern und anschließend noch einmal umändern, erhalten wir die Farben des ursprünglichen Bereichs. Anders gesagt: Durch diese zwei Schritte ändert sich letztendlich nichts (s. *Figur 2*).

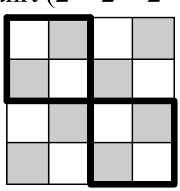


Figur 2

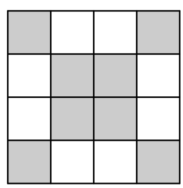
Wenn man nun zunächst die 2 Schritte wie in *Figur 2* und anschließend die 6 Schritte aus *Figur 1* durchführt, kann man in **8** Schritten erreichen (2 + 6), dass alle Felder grau werden.

In **Teil 3** zeigen wir, dass es auch mit **10** Schritten geht. Dazu werden zunächst *zweimal* die 2 Schritte wie in *Figur 2* und anschließend die 6 Schritte aus *Figur 1* durchführt (2 + 2 + 6 = **10**).

In **Teil 4** zeigen wir, dass es auch mit **12** Schritten geht. Dazu werden zunächst *dreimal* die 2 Schritte wie in *Figur 2* und anschließend die 6 Schritte aus *Figur 1* durchführt (2 + 2 + 2 + 6 = **12**).



Figur 3



Figur 4

In **Teil 5** zeigen wir, dass es mit 4 Schritten nicht geht. Begründung: Die zwei 2×2 eingerahmten Bereiche aus *Figur 3* müssen auch umgefärbt werden. Da-

zu braucht man 2 Schritte. So entsteht *Figur 4*. In dieser Figur gibt es aber noch 8 weiße Felder. In einem Schritt kann man jedoch nicht mehr als 2 weiße Felder in graue Felder umwandeln. Daraus folgt, dass man noch weitere 4, insgesamt also 6 (2 + 4) Schritte bräuchte. 4 Schritte reichen also nicht aus.
Bemerkung: Ähnlich lässt sich zeigen, dass man auch mit zwei anderen Startbereichen nicht zum Ziel kommt.
Die Aufgabe ist mit weniger als 6 Schritten nicht lösbar.

Die richtige(n) Antwort(en): B, C, D, E

12. In einer Urne gibt es 3 weiße und 9 schwarze Kugeln (und nur diese). Marius legt 5 weitere Kugeln in die Urne, von denen jede entweder weiß oder schwarz ist. Welche der unteren Sätze treffen nun ganz sicher nicht zu?

(A) *In der Urne gibt es mindestens 10 schwarze Kugeln.*

(B) *In der Urne gibt es genauso viele weiße wie schwarze Kugeln.*

(C) *In der Urne gibt es mehr weiße als schwarze Kugeln.*

(D) *In der Urne ist die Differenz zwischen den schwarzen und weißen Kugeln teilbar durch 2.*

(E) *In der Urne ist die Differenz zwischen den schwarzen und weißen Kugeln teilbar durch 3.*

Lösung: Der Satz (A) kann zutreffen. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn Marius 4 weiße Kugeln und 1 schwarze Kugel in die Urne legt (es werden dann 10 schwarze Kugeln in der Urne sein.)
Der Satz **(B)** trifft sicher nicht zu. Begründung: Es befinden sich insgesamt $3+9+5=17$ Kugeln in der Urne. 17 kann man nicht in zwei gleiche Teile teilen. Beachte: 17 : 2 = 8,5 geht nicht, denn es gibt keine halbe Kugel.
Der Satz **(C)** trifft sicher nicht zu. Begründung: Selbst wenn Marius lauter weiße Kugeln in die Urne legt, gibt es dort nur $3+5=8$ weiße, aber 9 schwarze Kugeln und 8 ist nicht größer als 9.
Der Satz **(D)** trifft sicher nicht zu. Erläuterung an mehreren Beispielen:
Beispiel 1: Marius legt 2 weiße und 3 schwarze Kugeln in die Urne. Dort sind damit 5 (3 + 2) weiße und 12 (9 + 3) schwarze Kugeln. 12 – 5 = 7 ist nicht teilbar durch 2.
Beispiel 2: Marius legt 3 weiße und 2 schwarze Kugeln in die Urne. Dort sind damit 6 (3 + 3) weiße und 11 (9 + 2) schwarze Kugeln. 11 – 6 = 5 ist nicht teilbar durch 2.
Anregung: Der geneigte Leser möge weitere Beispiele prüfen.
Der Satz (E) kann zutreffen. Dies ist zum Beispiel der Fall, wenn Marius 1 weiße Kugel und 4 schwarze Kugeln in die Urne legt. Damit sind 4 weiße und 13 schwarze Kugeln in der Urne. $13-4=9$ und 9 ist teilbar durch 3.

Die richtige(n) Antwort(en): B, C, D

13. Es gibt acht Zahlkarten: Zwei Zahlkarten mit der 1, zwei mit der 2, zwei mit der 3 und zwei mit der 4. Jemand hat diese acht Karten nebeneinandergelegt. Dabei hat er Folgendes berücksichtigt:
Zwischen den zwei 1-er Karten kommt genau *eine* Karte.
Zwischen den zwei 2-er Karten kommen genau *zwei* Karten.
Zwischen den zwei 3-er Karten kommen genau *drei* Karten.
Zwischen den zwei 4-er Karten kommen genau *vier* Karten.
Welche Zahl kann auf der ersten Zahlkarte von links stehen?

(A) *die 1* **(B)** *die 2* **(C)** *die 3* **(D)** *die 4*

(E) *Keine, da sich die Karten in der geforderten Weise gar nicht auslegen lassen.*

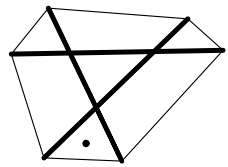
Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **2** und **4** möglich sind. Dazu geben wir je ein Beispiel an: **2** 3 4 2 1 3 1 4 und **4** 1 3 1 2 4 3 2. Wir prüfen nun das Beispiel 2 3 4 2 1 3 1 4. Zwischen den zwei 1-er ist eine Karte (die 3), zwischen den zwei 2-er sind zwei Karten (3 und 4), zwischen den zwei 3-er sind drei Karten (4, 2 und 1), zwischen den zwei 4-er sind vier Karten (2, 1, 3 und 1).
Anregung: Der geneigte Leser möge das andere Beispiel prüfen.
In **Teil 2** zeigen wir, dass es keine anderen Lösungen gibt. Unser Ansatz ist: Zwischen den zwei 4-er Karten liegen genau *vier* Karten. Anschaulich:
4 _ _ _ _ 4 (Die vier Linien _ stehen für je eine Karte). Damit haben wir 6 Karten erfasst (die zwei 4 und noch vier unbekannte). Da insgesamt 8 Karten auszulegen sind, sind noch zwei Karten übrig. Es ergeben sich folgende Möglichkeiten:
1. Möglichkeit: Vor dem Block 4 _ _ _ _ 4 steht *keine* Karte. Dies führt zum bekannten Beispiel 4 1 3 1 2 4 3 2 aus Teil 1.
2. Möglichkeit: Vor dem Block 4 _ _ _ _ 4 steht *eine* Karte. Anschaulich:
_ 4 _ _ _ _ 4 _
Die erste Karte könnte die 1, die 2 oder die 3 sein. Wir untersuchen nun nach und nach diese Fälle.
1. Versuch: Die *erste* Zahl ist eine *1*: 1 4 1 _ _ _ 4 _. Hier können die zwei 3-er nur so stehen: 1 4 1 3 _ _ 4 3 (damit zwischen ihnen drei Karten sind). Wir können aber die restlichen zwei 2-er nicht mehr in dieser Anordnung unterbringen. 1 4 1 3 2 2 4 3 geht nicht, denn zwischen den zwei 2-ern sind keine zwei Karten (sondern keine). Der *1. Versuch* führt also zu keiner Lösung.
2. Versuch: Die *erste* Zahl ist eine *2*: 2 4 _ 2 _ _ 4 _. Hier können wir aber die zwei 3-er nicht unterbringen. 2 4 3 2 _ 3 4 _ geht zum Beispiel nicht, weil zwischen den zwei 3-ern keine drei (sondern nur zwei) Karten sind. Der *2. Versuch* führt ebenfalls zu keiner Lösung.
3. Versuch: Die *erste* Zahl ist eine *3*: 3 4 _ _ 3 _ 4 _. Die zwei 2-er müssen dann so aussehen: 3 4 2 _ 3 2 4 _. Wir fügen noch die restlichen 1-er ein:
3 4 2 1 3 2 4 1. Dies geht aber nicht, denn zwischen den zwei 1-er liegt nicht genau eine Karte (sondern drei). Der *3. Versuch* führt also auch zu keiner Lösung.
Aus den obigen Überlegungen folgt: Die 2. Möglichkeit geht nicht.

3. Möglichkeit: Vor dem Block 4 _ _ _ _ 4 stehen *zwei* Karten. Dies führt zum bekannten Beispiel 2 3 4 2 1 3 1 4 aus Teil 1.
Anregung: Der geneigte Leser möge selbst prüfen, warum die erste Karte 2 und die zweite Karte 3 zeigen muss.
Zusammengefasst: Die erste Zahlkarte kann nur die **2** oder die **4** sein.

Die richtige(n) Antwort(en): B, D

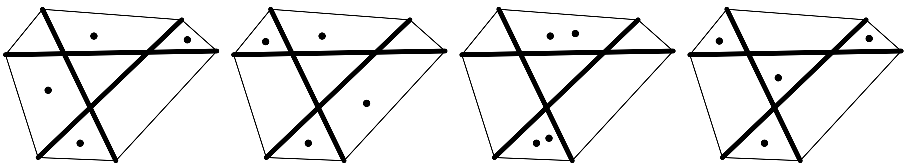
Aufgabe zur detaillierten Ausarbeitung:

14. Die Figur zeigt einen Garten mit drei Wegen (die drei **fett** eingezeichneten Strecken). Im Garten steht ein Baum (er wurde durch den Punkt dargestellt). Euer Auftrag besteht darin, 3 weitere Bäume zu pflanzen, so dass auf beiden Seiten der drei Wege je genau 2 Bäume stehen. Zeichnet 4 unterschiedliche Möglichkeiten!



Lösungshinweis: Fertigt für jede der 4 Möglichkeiten eine getrennte Figur an!

Lösung: Die folgenden Figuren zeigen die 4 Möglichkeiten:



Für jede korrekte Figur gibt es je 4 Punkte (maximal 16 Punkte). Für falsche oder unvollständige Figuren gibt es keine Teilpunkte.