

„Blick ins Buch“ Bolyai Teamwettbewerb 5. Klasse / 5. Schulstufe

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

Jahr 2015

3. Von den acht Punkten verbinden wir drei so, dass das entstehende Dreieck zwei gleich lange Seiten hat. Wir tun dies auf so viele Weisen wie möglich. Wie viele Dreiecke bekommen wir insgesamt, wenn wir keins vergessen haben?
- ● ●
● ●
● ● ●
- Lösungshinweis:* Zeichnet die acht Punkte auf ein kariertes Blatt und zeichnet jedes denkbare Dreieck in einer getrennten Figur ein.
- (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 20 (E) 24

Lösung: Die Dreiecke unterscheiden sich nach Größe und nach Lage. Es gibt fünf verschiedene Größen. Von jedem Dreieck einer bestimmten Größe gibt es jeweils 4 unterschiedliche Lagen. Wir schildern dies am kleinsten Dreieck:



Das Dreieck oben links wurde mehrfach gespiegelt. Wir könnten es auch so ausdrücken: Es handelt sich um einen Rollenwechsel der Punkte.

Von den anderen vier Dreiecken zeichnen wir nur je eins. Wir wissen aber, dass es von jedem wieder genau 4 gibt – so wie beim kleinsten Dreieck auch.



Wir fassen zusammen: Es gibt 5 Dreiecke unterschiedlicher Größe und jedes von ihnen kann man auf genau 4 Arten zeichnen. Insgesamt gibt es damit $5 \times 4 = 20$ Dreiecke.

Anregung: Der geneigte Leser kann auch an einem der obigen vier Dreiecke prüfen, dass es auf genau vier Arten gezeichnet werden kann.

- (A) 46% (B) 25% (C) 27% (D) 7% (E) 9%

Jahr 2016

5. In Wunderland sieht Alice in einem Spiegel die hinter ihr stehende Uhr so, wie es die Abbildung zeigt. Wie viel Uhr kann es in Wunderland sein?

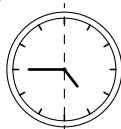
(A) 1:45 (B) 4:45 (C) 7:15 (D) 13:45 (E) 19:15



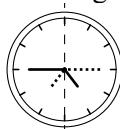
Lösung: Wenn wir im Spiegel etwas auf der rechten Seite sehen, dann befindet sich das in Wirklichkeit auf der linken Seite.

Anregung: Wenn wir vor einen Spiegel stehen und den rechten Arm heben, dann hebt unser Spiegelbild den linken Arm. Der geneigte Leser möge dies selbst ausprobieren.

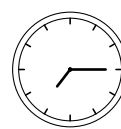
Wir müssen daher das Spiegelbild um die senkrechte Symmetrieachse der Uhr spiegeln, um die tatsächliche Lage der Zeiger zu erhalten.



Die Uhr im Spiegel
samt Symmetrieachse



Die Zeiger werden
gespiegelt



Wie die Uhr
wirklich ist

Aus der rechten Abbildung folgt: Die Uhr zeigte 7:15 Uhr oder 19:15 Uhr – je nachdem, ob Alice am Morgen oder am Abend auf die Uhr geschaut hat.

(A) 3% (B) 9% (C) 75% (D) 5% (E) 65%

Jahr 2017

8. Ein Forscher möchte eine Wüste durchqueren. Der Weg dauert genau 6 Tage. Er selbst kann Nahrung und Wasser für nur 4 Tage mitnehmen. Daher muss er Lastträger einstellen. Diese können ebenso Nahrung und Wasser für nur 4 Tage tragen.

Die Frage: Mindestens wie viele Lastträger benötigt der Forscher?

Lösungshinweis: Auch die Lastträger müssen täglich dieselbe Menge Wasser und Nahrung wie der Forscher erhalten. Zudem müssen alle Lastträger die Wüste wieder verlassen können.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Lösung: Feststellung: Der Forscher muss Wasser und Nahrung für 2 Tage von Lastträgern erhalten (mindestens). Begründung: Er selbst kann Nahrung und Wasser nur für 4 Tage mitnehmen aber der Weg dauert genau 6 Tage.

In **Teil 1** zeigen wir, dass ein Lastträger nicht ausreicht. Tatsächlich, ein Lastträger müsste 2 Tagesrationen an den Forscher abgeben (s. Feststellung).

Somit hätte der Lastträger nur 2 Tagesrationen für den eigenen Gebrauch übrig. Er müsste daher schon nach einem Tag zurückkehren, damit er die Wüste verlassen kann. Der Forscher hätte somit 5 Tagesrationen zu tragen (3 eigene

und noch 2 vom Lastträger), was er jedoch nicht kann (nur 4).

In **Teil 2** zeigen wir, dass **2** Lastträger ausreichen. Tatsächlich: Nach *einem Tag* gibt der eine Lastträger je eine Tagesration an den Forscher und an den anderen Lastträger ab. Er kehrt zurück und verlässt die Wüste. Der Forscher und der andere Lastträger gehen weiter mit je 4 Tagesrationen. Nach *zwei Tagen* gibt der Lastträger dem Forscher eine Tagesration und kann mit den 2 verbleibenden Tagesrationen die Wüste wieder verlassen. Der Forscher hat noch 4 Tagesrationen, die für den restlichen Weg ausreichen.

Beachte: In der Aufgabe war nach der *Mindestanzahl* der Lastträger gefragt. Daher sind 3, 4 und 5 keine Lösungen.

- (A) 11% (B) 22% (C) 18% (D) 21% (E) 18%

Jahr 2018

4. Anna, Bea, Carla, Diana und Elisabeth schauen sich in einem Schaufenster rote, grüne, gelbe und weiße Blusen an. Dabei stellen sie fest:

Anna: Es gibt genau 5 Blusen, die entweder rot oder grün sind.

Bea: Es gibt genau 8 Blusen, die grün oder gelb sind.

Carla: Von den grünen Blusen gibt es am wenigsten.

Diana: Von den weißen Blusen gibt es am meisten.

Elisabeth: Es gibt insgesamt 20 Blusen im Schaufenster.

Insgesamt wie viele weiße Blusen können höchstens im Schaufenster sein?

Bemerkung: Alle Blusen sind einfarbig.

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass höchstens 2 grüne Blusen zu sehen sind.

Begründung: Wenn es mindestens 3 grüne Blusen wären, dann gäbe es höchstens 2 rote (Anna). Dies geht aber nicht wegen der Feststellung von Carla.

In **Teil 2** untersuchen wir zwei Möglichkeiten:

1. Möglichkeit: Es gibt genau 1 grüne Bluse. Somit gibt es 4 rote (Anna) und 7 gelbe Blusen (Bea). Daraus folgt: Es gibt insgesamt $20 - (1 + 4 + 7) = 8$ weiße Blusen. 8 ist tatsächlich die größte der vier Zahlen 1, 4, 7 und 8.

2. Möglichkeit: Es gibt genau 2 grüne Blusen. Somit gibt es 3 rote (Anna) und 6 gelbe Blusen (Bea). Daraus folgt: Es gibt insgesamt $20 - (2 + 3 + 6) = 9$ weiße Blusen. 9 ist tatsächlich die größte der vier Zahlen 2, 3, 6 und 9.

Im Schaufenster waren also 8 oder 9 weiße Blusen, also höchstens 9.

- (A) 6% (B) 9% (C) 61% (D) 10% (E) 20%