Erste schriftliche Wettbewerbsrunde

Die hinter den Lösungen stehenden Prozentzahlen zeigen, wie viel Prozent der Wettbewerbsteilnehmer die gegebene Lösung angekreuzt haben. Die richtigen Lösungen werden fettgeduckt und grau hinterlegt angegeben.

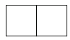
Klasse 3

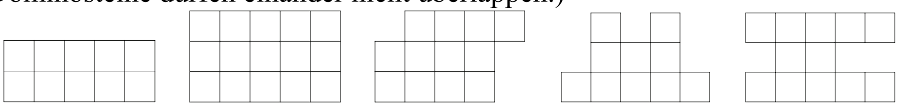
1. Wie viel ist das Doppelte der in diesem Satz vorkommenden Vokale?

(A) *11* **(B)** *22* **(C)** *29* **(D)** *44* **(E)** *58*

Lösung: Unterstreichen wir die Vokale im Satz: Wie viel ist das Doppelte der in diesem Satz vorkommenden Vokale? Es gibt 22 Vokale, und das Doppelte von 22 ist $22 \cdot 2 = 44$.

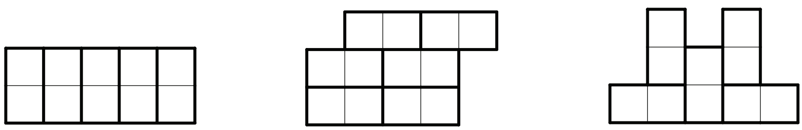
(A) 2% **(B)** 5% **(C)** 2% **(D) 91%** **(E)** 2%

2. Welche Figur kann man mit  Dominosteinen bedecken? (Die Dominosteine dürfen einander nicht überlappen.)



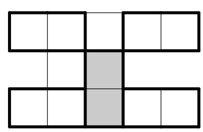
(A) **(B)** **(C)** **(D)** **(E)**

Lösung: Die Figuren (A), (C) und (D) können zum Beispiel folgenderweise bedeckt werden:



Mit Dominosteinen können immer nur gerade Anzahl von Quadraten bedeckt werden. Die Figur (B) besteht aus 15 Quadraten. Da 15 eine ungerade Zahl ist, kann Figur (B) mit Dominosteinen bestimmt nicht bedeckt werden.

Wenn wir die Figur (E) bedecken möchten, können die links unteren und oberen, bzw. die rechts unteren und oberen Quadrate nur auf eine Weise bedeckt werden. Das zeigt die folgende Skizze:



Danach kann das Quadrat unten in der Mitte nur mit einem senkrecht stehenden Dominostein bedeckt werden. So können aber die zwei übriggebliebenen Quadrate mit einem Dominostein nicht bedeckt werden. Also die Figur (E) kann mit Dominosteinen nicht bedeckt werden.

(A) 81% **(B)** 7% **(C) 91%** **(D) 67%** **(E)** 4%

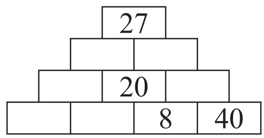
3. Wie viele zweistellige Zahlen gibt es, wo das Produkt der Ziffern die Ziffer Null enthält?

(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *14* **(D)** *17* **(E)** *18*

Lösung: Das Produkt der beiden Ziffern kann höchstens eine zweistellige Zahl sein. Diese Zahl kann die Ziffer Null nur dann enthalten, wenn sie gleich Null ist oder wenn sie eine zweistellige Zahl mit Null am Ende ist.
Das Produkt ist gleich Null, wenn die eine Ziffer gleich Null ist. Da die erste Ziffer nicht Null sein darf, sind die möglichen Zahlen: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 und 90.
Als Produkt zweier Ziffern kann nur so eine zweistellige Zahl mit Null am Ende entstehen, wenn die eine Ziffer gleich 5 und die andere Ziffer gerade ist. Solche Zahlen sind die 25, 45, 65, 85 und 52, 54, 56, 58 (50 wurde schon oben erwähnt).
Insgesamt gibt es also $9+4+4=17$ entsprechende Zahlen.

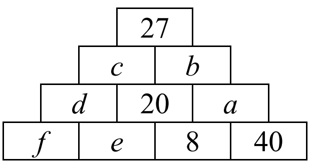
(A) 48% **(B)** 39% **(C)** 7% **(D) 8%** **(E)** 7%

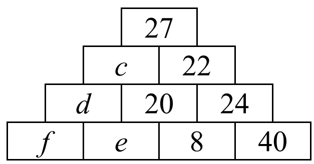
4. In der folgenden Zahlenpyramide steht in jedem Kästchen – außer der untersten Reihe – die Hälfte der Summe der darunterliegenden Zahlen. Ergänzt die Pyramide nach dieser Regel. Welche von den folgenden Zahlen werden dabei vorkommen?



(A) *10* **(B)** *22* **(C)** *42* **(D)** *56* **(E)** *88*

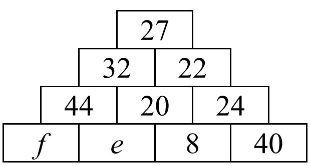
Lösung: Symbolisieren wir die fehlenden Zahlen wie auf der linken Skizze:

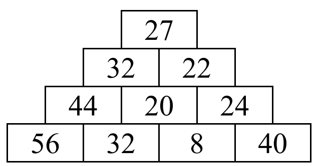




So ist $a=(8+40):2=48:2=24$, und dann $b=(20+24):2=44:2=22$.

Die obenstehende Zahl 27 bekommen wir als die Hälfte von c + 22, so ist der Wert von $c+22$ gleich 54. Daher ist $c=54-22=32$. Ähnlicher Weise ist 32 die Hälfte der Summe $d+20$ und so ist $d+20=64$ und dann ist $d=44$.





Den Wert von e bekommen wir, wenn wir in Betracht ziehen, dass die Hälfte der Summe von e und 8 gleich 20 ist. So ist $e+8=40$. Das ist aber nur dann möglich, wenn $e=32$. Am Ende bekommen wir auch den Wert von *f*, da die

Hälfte von f und 32 gleich 44 ist. So ist $f+32=88$ und dann ist $f=56$
In die leeren Kästchen kommen also die Zahlen 22, 24, 32, 44 und 56, von denen die 22 und die 56 als mögliche Antworten angegeben sind.

(A) 22% **(B) 56%** **(C)** 16% **(D) 24%** **(E)** 7%

5. Die Seiten eines märchenhaften Quadrats, das sprechen und seine Größe ändern kann, waren vor 3 Minuten 6 cm lang. Wenn es die Wahrheit sagt, verdoppelt sich sein Umfang, aber wenn es lügt, wird jede seiner Seiten um 2 cm kürzer. In den letzten 3 Minuten hat es zweimal die Wahrheit gesagt und zweimal gelogen. Wie lang können seine Seiten jetzt sein?

(A) *8* **(B)** *14* **(C)** *18* **(D)** *20* **(E)** *48*

Lösung: Es gibt die folgenden 6 Möglichkeiten, zweimal hintereinander zu lügen, bzw. die Wahrheit zu sagen:

1.	Lüge,	Lüge,	Wahrheit,	Wahrheit
2.	Lüge,	Wahrheit,	Lüge,	Wahrheit
3.	Lüge,	Wahrheit,	Wahrheit,	Lüge
4.	Wahrheit,	Lüge,	Lüge,	Wahrheit
5.	Wahrheit,	Lüge,	Wahrheit,	Lüge
6.	Wahrheit,	Wahrheit,	Lüge,	Lüge

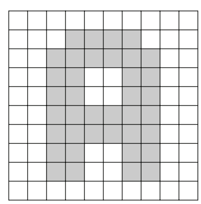
Wenn das Quadrat die Wahrheit sagt und damit seinen Umfang verdoppelt, bedeutet es, dass die Seiten zweimal so lang werden. Überprüfen wir, wie sich die Seitenlängen in den vorigen Fällen ändern:

1.	$6-2=4$,	$4-2=2$,	$2\cdot 2=4$,	$4\cdot 2=\mathbf{8}$
2.	$6-2=4$,	$4\cdot 2=8$,	$8-2=6$,	$6\cdot 2=\mathbf{12}$
3.	$6-2=4$,	$4\cdot 2=8$,	$8\cdot 2=16$,	$16-2=\mathbf{14}$
4.	$6\cdot 2=12$,	$12-2=10$,	$10-2=8$,	$8\cdot 2=\mathbf{16}$
5.	$6\cdot 2=12$,	$12-2=10$,	$10\cdot 2=20$,	$20-2=\mathbf{18}$
6.	$6\cdot 2=12$,	$12\cdot 2=24$,	$24-2=22$,	$22-2=\mathbf{20}$

Dadurch können seine Seiten jetzt 8, 14, 18 oder 20 cm lang sein.

(A) 57% **(B) 21%** **(C) 17%** **(D) 27%** **(E)** 4%

6. Annas Großmutter hat Anna einen Schal gestrickt. Zuerst hat sie das folgende quadratförmige Muster mit den Seitenlängen von 5cm gestrickt. Dann hat sie aus solchen Mustern einen 1 m langen und 20 cm breiten Schal zusammengestellt. Wie viele A-Buchstaben waren auf dem Schal?



5 cm

5 cm

(A) *10* **(B)** *20* **(C)** *40* **(D)** *80* **(E)** *100*

Lösung: Die Breite eines Musters ist 5 cm, so kamen in der Breite $20:5=4$ A-Buchstaben nebeneinander:

A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Die Länge des Schals ist 1 m, also 100 cm, und so passen in der Länge $100:5=20$ A-Buchstaben nebeneinander.

So sind insgesamt $20\cdot 4=80$ A-Buchstaben auf dem Schal.

(A) 15% **(B)** 43% **(C)** 18% **(D) 21%** **(E)** 14%

7. In der Tasche von Matthias befinden sich 20 Schokoplätzchen, 4 Müsliplätzchen und 9 Mandelplätzchen. Bei jedem Hineingreifen nimmt er zwei Plätzchen aus der Tasche und isst sie. (Dabei schaut er nicht in die Tasche und kann damit die Plätzchen nicht voneinander unterscheiden.) Wie oft muss Matthias hineingreifen, damit wir sicher sein können, dass er mit einen Male schon zwei Schokoplätzchen herausgenommen hat?

(A) *10* **(B)** *13* **(C)** *14* **(D)** *15* **(E)** *16*

Lösung: Solange Matthias bei einem Hineingreifen mindestens ein Plätzchen herausnehmen kann, das kein Schokoplätzchen ist, können wir nicht sicher sein, dass er auf einmal zwei Schokoplätzchen herausgenommen hat. Am längsten dauert es dann, wenn er bei jedem Hineingreifen ein Schokoplätzchen und ein anderes Plätzchen herausnimmt.

Da es insgesamt $4+9=13$ Plätzchen gibt, die nicht Schokoplätzchen sind, ist es nach dem 13-ten Hineingreifen noch möglich, dass er auf einmal noch nicht zwei Schokoplätzchen herausgenommen hat. Aber auch in diesem Fall muss er dann beim 14-ten Hineingreifen zwei Schokoplätzchen nehmen. So können wir nach dem 14-ten Hineingreifen sicher sein, dass er schon auf einmal zwei Schokoplätzchen genommen hat. Später, also nach dem 15-ten und 16-ten Hineingreifen können wir noch sicherer sein.

(A) 36% **(B)** 27% **(C) 34%** **(D) 31%** **(E) 34%**

8. In der Sportstunde stellen sich die 6 Jungen und die 7 Mädchen in zwei Reihen auf. In der Reihe der Jungen ist jeder Junge um 2 cm größer, als der vor ihm Stehende und in der Reihe der Mädchen ist jedes Mädchen um 3 cm größer, als das vor ihm Stehende. Das größte Mädchen ist um 20 cm größer, als der kleinste Junge. Das zweitgrößte Mädchen ist 140 cm groß. Welche von den folgenden Zahlen kann die Größe eines der 13 Kinder sein?

(A) *122* **(B)** *123* **(C)** *127* **(D)** *128* **(E)** *129*

Lösung: In der Reihe der Mädchen ist jedes Mädchen um 3 cm größer, als das vor ihm Stehende und das zweitgrößte Mädchen ist 140 cm groß. Daraus folgt, dass das größte Mädchen $140+3=143$ cm ist. Es gibt 7 Mädchen, so sind die anderen fünf Mädchen 137, 134, 131, 128 und 125 cm groß. Wir wissen auch, dass das größte Mädchen um 20 cm größer ist, als der kleinste

Junge. Deshalb ist der kleinste Junge $143-20=123$ cm groß. In der Reihe der Jungen ist aber jeder Junge um 2 cm größer, als der vor ihm Stehende. So sind die Jungen 123, 125, 127, 129, 131 und 133 cm groß.
Von den angegebenen Zahlen sind also 123 cm (Junge), 127 cm (Junge), 128 cm (Mädchen) und 129 cm (Junge) möglich.

(A) 34% **(B) 46%** **(C) 38%** **(D) 47%** **(E) 37%**

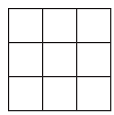
9. Die Bausteine von Peter sind Holzwürfel mit den Kantenlängen vom 4 cm. Wenn er einen Turm baut, wo jede Etage aus 6 Würfeln besteht, dann wird dieser Turm 48 cm sein. (Die Würfel berühren sich mit ganzer Fläche.) Wie hoch wird der Turm, wenn dieselbe Anzahl von Würfeln verbaut wird, aber jede Etage aus 8 Würfeln besteht?

(A) *24* **(B)** *32* **(C)** *36* **(D)** *48* **(E)** *54*

Lösung: Jede Etage ist gleich der Kantenlänge eines Würfels, also 4 cm. Daraus folgt, dass der 48 cm große Turm $48:4=12$ Etagen hat. Auf jeder Etage befinden sich 6 Bausteine, so besteht der Turm insgesamt aus $12\cdot 6=72$ Würfeln. Wenn er jetzt aus diesen 72 Würfeln einen Turm baut, wo sich auf jeder Etage 8 Würfel befinden, dann hat dieser Turm $72:8=9$ Etagen. Alle Etagen sind 4 cm, und dadurch ist dieser Turm $9\cdot 4=36$ cm groß.

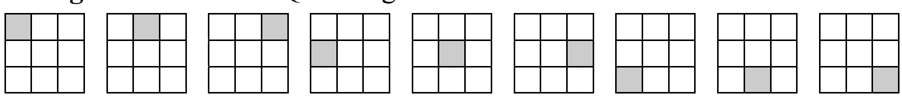
(A) 16% **(B)** 31% **(C) 12%** **(D)** 22% **(E)** 25%

10. In der nebenstehenden Abbildung sind die Seitenlängen der kleinen Quadrate gleich lang. Wie viele Quadrate kann man in dieser Abbildung finden?

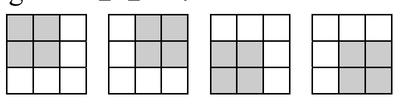


(A) *1* **(B)** *4* **(C)** *9* **(D)** *10* **(E)** *14*

Lösung: Vom kleinsten Quadrat gibt es $3\cdot 3=9$ Stück:



Vom mittleren Quadrat gibt es $2\cdot 2=4$ Stück:



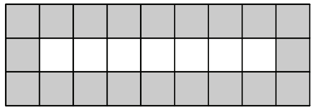
Vom größten Quadrat gibt es eins. So kann man in der Abbildung insgesamt $9+4+1=14$ Quadrate finden.

(A) 25% **(B)** 25% **(C)** 24% **(D)** 11% **(E) 34%**

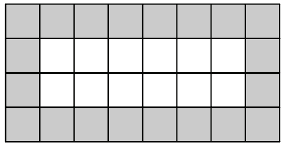
11. Jan verlegte aus gleichgroßen weißen quadratischen Fliesen ein Rechteck. (Es gab keine Spalten zwischen den Fliesen und die Fliesen überdeckten sich nicht.) Danach verlegte Hans 20 gleichgroße rote Fliesen um dieses Rechteck und so entstand wieder ein Rechteck. Aus wie vielen weißen Fliesen hat Jan das Rechteck verlegt?

(A) *7* **(B)** *11* **(C)** *12* **(D)** *15* **(E)** *16*

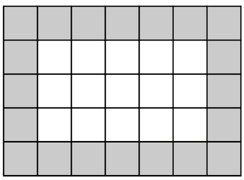
Lösung: Wenn das von Jan verlegte weiße Rechteck aus einer Reihe Fliesen bestand, dann musste Hans zu dessen Enden 3-3 rote Fliesen verlegen. Da er bis jetzt von den 20 Fliesen 6 verlegt hat, muss er noch insgesamt 14 Fliesen über und unter der weißen Reihe verlegen, also 7-7. Da die weißen und roten Fliesen die gleiche Größe haben, verlegte Jan in diesem Fall das Rechteck aus 7 Fliesen.

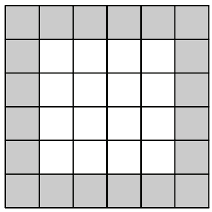


Wenn das von Jan verlegte weiße Rechteck aus zwei Reihen bestand, dann musste Hans zu dessen Enden 4-4 rote Fliesen verlegen. Da er bis jetzt von den 20 Fliesen 8 verlegt hat, muss er noch insgesamt 12 Fliesen über und unter den weißen Reihen verlegen, also 6-6. So verlegte Jan in diesem Fall das Rechteck aus $2 \cdot 6 = 12$ weißen Fliesen.



Das von Jan verlegte Rechteck konnte auch aus 3 oder 4 Reihen bestehen. So bestand das von Hans verlegte große Rechteck aus 5, bzw. 6 Reihen. Ähnlich wie oben bekommen wir so folgende Lösungen:



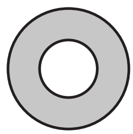


So ist die Anzahl der weißen Fliesen $3 \cdot 5 = 15$, bzw. $4 \cdot 4 = 16$.

Weitere Lösungen gibt es nicht. Wenn wir die weißen Fliesen zum Beispiel in 5 Reihen verlegen, bekommen wir die gleiche Lösung, wie bei 3 Reihen, nur ist das Rechteck um 90° gedreht worden ist.
So ist von den Lösungsvorschlägen nur (B) nicht möglich. Da müssten die 11 weißen Fliesen in einer Reihe sein (da 11 eine Primzahl ist), aber so wäre die Anzahl der roten Fliesen: $2 \cdot 3 + 2 \cdot 11 = 28$.

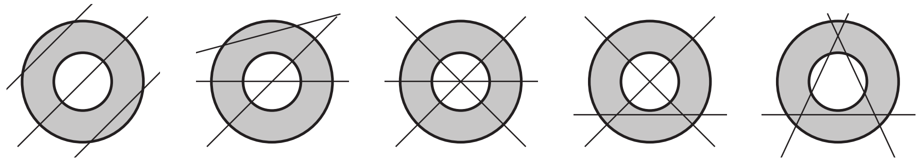
(A) 12% **(B)** 13% **(C) 42%** **(D) 23%** **(E) 34%**

12. In wie viele Teile kann man den grauen Ring mit drei Schnitte aufteilen, wenn die einzelnen Teile nach den einzelnen Schnitten nicht bewegt werden dürfen. (Die Schnitte sind geradlinig.)



(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

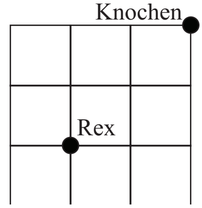
Lösung: An den folgenden Abbildungen sieht man, dass alle vorgeschlagenen Antworten möglich sind.



4 Teile | 5 Teile | 6 Teile | 7 Teile | 8 Teile

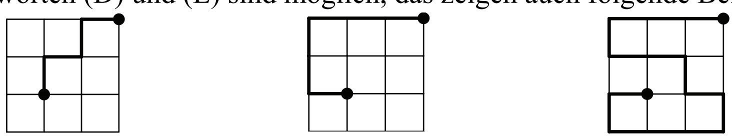
(A) 51% **(B) 38%** **(C) 79%** **(D) 31%** **(E) 18%**

13. Im quadratischen Garten gibt es 9 quadratische Blumenbeete und den Hund Rex, der die Blumen nicht zerstören möchte. Daher läuft er nur auf den Pfaden zwischen den Beeten. Wie viel Meter muss Rex laufen um zum Knochen zu gelangen, wenn der Zaun um die äußeren Pfade 24 m lang ist und Rex an keiner Stelle mehrmals vorbeikommen darf?



(A) *6* **(B)** *8* **(C)** *10* **(D)** *12* **(E)** *28*

Lösung: Da der Zaun 24 m lang ist, ist die Seitenlänge des Gartens $24:4=6$ m. An einer Seite des Gartens befinden sich 3 Blumenbeete und so ist die Seitenlänge einer Blumenbeete $6:3=2$ m lang.
Wenn Rex den kürzesten Weg wählt, dann muss er auf jeden Fall zweimal nach rechts und zweimal nach oben laufen. So muss er insgesamt $4\cdot 2=8$ m laufen. Deshalb ist Antwort (B) richtig. Da Antwort (A) weniger als 8 m ist, ist sie keine Lösung.
Wenn Rex nicht den kürzesten Weg wählt, und auch nach unten oder nach links läuft, muss er eins mehr nach oben, bzw. nach rechts, also dadurch um mindestens $2\cdot 2=4$ m länger laufen, als bei dem kürzesten Weg. Das ist aber schon $8+4=12$ m, also Antwort (C) ist nicht möglich.
Die Antworten (D) und (E) sind möglich, das zeigen auch folgende Beispiele:



8 m | 12 m | 28 m

(A) 38% **(B) 49%** **(C)** 23% **(D) 36%** **(E) 20%**

Aufgabe zur ausführlichen Bearbeitung:

14. Sucht alle dreistelligen Zahlen, wo die Quersumme (die Summe der Ziffern) 5 ist, und ordnet sie der Größe nach! Beginnt mit der kleinsten Zahl!

Lösung: Untersuchen wir zuerst, aus welchen Ziffern die dreistellige Zahl bestehen kann, wenn die Quersumme fünf ist, und schreiben wir dann alle dreistelligen Zahlen auf, die aus diesen Ziffern gebildet werden können:

$5=5+0+0 \rightarrow 500$ $\qquad$ $5=3+1+1 \rightarrow 311, 131, 113$

$5=4+1+0 \rightarrow 410, 401, 140, 104$ $\qquad$ $5=2+2+1 \rightarrow 221, 212, 122$

$5=3+2+0 \rightarrow 320, 302, 230, 203$

Es gibt also insgesamt 15 Zahlen. Der Größe nach geordnet sind das Folgende: 104, 113, 122, 131, 140, 203, 212, 221, 230, 302, 311, 320, 401, 410, 500. Für jede richtige Zahl ist 1 Punkt zu geben und für die richtige Reihenfolge noch ein Punkt. (Insgesamt 16 Punkte.)