

*„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“*

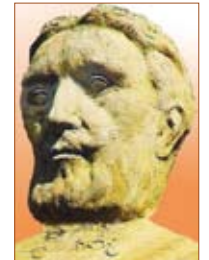
*Prof. Dr. Thomas Freund  
Gehirnforscher, Mitglied der ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs*

## **BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®**



**C. F. GAUSS**

**2014**  
**Schulrunde**  
**Klasse 12**



**J. BOLYAI**

**Förderer des Wettbewerbs:**

Prof. Dr. THOMAS FREUND Akademiker

**Erfinder des Wettbewerbs und Zusammensetzer der Aufgaben:**

ANDREAS NAGY-BALÓ Mathematiklehrer

**Übersetzerin der Aufgaben:**

ESTHER HEBLING Mathematiklehrerin

**Lektoren der Übersetzung:**

RITA FURDEK Mathematiklehrerin  
ATTILA FURDEK Mathematiklehrer

**Betreiber der Homepage und des informatischen Systems:**

GEORG PROBST Informatiker  
GREGOR TASSY Mathematiklehrer



<http://www.bolyaiteam.de>

**Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.**

- Drei Frauen trafen sich auf der Straße: Frau Schwarz, Frau Weiß und Frau Rot. – Habt ihr gemerkt, dass wir einen schwarzen, roten und weißen Hut anhaben, aber niemand die Farbe trägt, die ihrem Namen entspricht? – fragte Frau Schwarz. – Tatsächlich! – antwortete die Frau mit dem weißen Hut. Was für Hüte hatten sie an, wenn die zwei Frauen die Wahrheit sagten?  
(A) Frau Rot einen Schwarzen. (B) Frau Weiß einen Roten.  
(C) Frau Schwarz einen Roten. (D) Frau Rot einen Weißen.  
(E) Frau Weiß einen Schwarzen.
- Wenn  $a$  Teiler von  $b$ ,  $b$  Teiler von  $c$ , und  $c$  Teiler von  $a$  ist, dann ist ...  
(A)  $a < b$  (B)  $b < c$  (C)  $c < a$  (D)  $a < c$  (E) Keine dieser Antworten.
- Für wie viele natürliche Zahlen  $n$  gilt:  $0 < \sqrt{n} - \sqrt{19} < 1$ ?  
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11
- Der Zug von Matthias fährt in 12 Minuten ab, und er ist noch 1 km vom Bahnhof entfernt. Beim Spazieren ist seine Geschwindigkeit 4 km/h, aber wenn er läuft, legt er 8 km pro Stunde zurück. Wie viel m vom Bahnhof entfernt kann er anfangen zu laufen, um den Zug bestimmt zu erreichen? (Wenn er anfängt zu laufen, dann läuft er schon bis zum Bahnhof.)  
(A) 390 (B) 395 (C) 400 (D) 405 (E) 410
- Auf wie viele Arten können 5 Leute in einer Loge mit 5 Plätzen Platz nehmen, wenn mindestens eine Person auf dem Platz sitzt für den ihre Karte gilt?  
(A) 30 (B) 45 (C) 65 (D) 76 (E) 120
- Petra löste die Gleichung  $x^2 + 2y = 13 + y^2$  in der Menge der ganzen Zahlen. Welchen der folgenden Werte konnte sie für  $y$  bekommen?  
(A)  $-3$  (B)  $-1$  (C)  $1$  (D)  $3$  (E)  $5$
- Die vorletzte Ziffer einer mindestens zweistelligen Quadratzahl ist ungerade. Was kann die letzte Ziffer einer solchen Zahl sein?  
(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8
- Aus den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 wählen wir durch Zufall die Zahlen  $a$ ,  $b$  und  $c$ . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert von  $ab - c$  eine gerade Zahl ist?  
(A)  $\frac{9}{25}$  (B) mehr als 0,36 (C)  $\frac{59}{125}$  (D)  $\frac{16}{25}$  (E) mehr als 0,64

- Um einen runden Tisch stehen  $n$  Stühle, die mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, ...,  $n$  in dieser Reihenfolge nummeriert sind. Erlaubt ist das Umkehren der Reihenfolge vier nebeneinander stehender Stühle (Bsp.: aus 2, 3, 4, 5 wird 5, 4, 3, 2). Bei welchem Wert von  $n$  wurde durch mehrmaliges Umkehren erreicht, dass die Stühle 1 und 2 Platz tauschen, aber die Reihenfolge der anderen Stühle wie zu Anfang ist?  
(A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 20 (E) 100
- Wir möchten einen 1 m hohen Spiegel so an die Wand hängen, dass sich eine 170 cm große Person von Kopf bis Fuß sehen kann, wenn sie 1,5 m vom Spiegel entfernt steht. Auf welcher Höhe hängt der untere Teil des Spiegels an der senkrechten Wand, wenn die Augenhöhe der Person 160 cm ist?  
(A) 56 cm (B) 65 cm (C) 70 cm (D) 80 cm (E) 85 cm
- Drei der folgenden vier Behauptungen über die positive Zahlen  $x$  und  $y$  sind richtig und eine ist falsch:  
(1)  $x + 3$  ist durch  $y$  teilbar (3)  $x + y$  ist durch 5 teilbar  
(2)  $x = -y + 12$  (4)  $x + 6y$  ist eine Primzahl  
Welche der folgenden Zahlen kann der Wert von  $x$  oder  $y$  sein?  
(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11
- Die Kanten eines rot bemalten Quaders sind in cm gemessene natürliche Zahlen und die eine Kante ist 7 cm lang. Zerlegt man den Quader in kleine Würfel mit den Kantenlängen von 1 cm, ist die Anzahl der Würfel, die keine rote Seitenfläche haben, die Hälfte der Anzahl aller Würfel. Wie viel  $\text{cm}^3$  kann das Volumen eines solchen Quaders sein?  
(A) 1120 (B) 1260 (C) 1680 (D) 2014 (E) 4900
- Anna kaufte in der Eisdiele eine Kugel Eis. Das kugelförmige Eis wurde in eine Eistüte mit der Form eines geraden Kreiskegels getan. Der Durchmesser der Eiskugel ist gleich dem Durchmesser der Eistüte. Das Eis war weich, deshalb schmolz ein Viertel davon und floss in die Tüte. Wie viel cm hoch stand das Eis in der Tüte, wenn ihre Höhe 8 cm und der Durchmesser ihres Grundkreises 4 cm ist?  
(A) weniger als 4 (B) 4 (C) mehr als 4 (D) 5 (E) mehr als 5

**Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!**

- Auf einem  $n \times n$  Schachbrett werden  $n$  Damen aufgestellt. Untersuche, ob dies in den Fällen  $n = 2, 3, 4, 5, 6$  so gemacht werden kann, dass keine der Damen eine andere Dame schlägt. Wenn ja, zeichne eine entsprechende Stellung. Wenn nicht, dann begründe, warum dies nicht möglich ist.