BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB
25. FEBRUAR 2014

LÖSUNGSSCHLÜSSEL

	Klasse 3	Klasse 4	Klasse 5		Klasse 6	Klasse 7	Klasse 8	
1.	**D**	**B**	**C**	1.	**B D**	**B C**	**B C D**	1.
2.	**A**	**C D E**	**B C D**	2.	**A C D**	**A B C D E**	**B D**	2.
3.	**C D E**	**C**	**A B C**	3.	**B D E**	**D**	**A B C D**	3.
4.	**A C**	**A B E**	**A B C D E**	4.	**A B**	**B C D**	**E**	4.
5.	**C D E**	**A B C D E**	**C**	5.	**D**	**C D E**	**C**	5.
6.	**B**	**A B C D**	**D E**	6.	**A C D**	**B C D E**	**B D E**	6.
7.	**A**	**A B C**	**A B C D**	7.	**B C D E**	**C E**	**A B C D E**	7.
8.	**B C D**	**E**	**B C D E**	8.	**B C D E**	**C D**	**A B C**	8.
9.	**B C D E**	**D E**	**B C D**	9.	**A B D**	**A B C D E**	**A B C D E**	9.
10.	**C D**	**A B C D E**	**B C D**	10.	**A B C D**	**B**	**B C D E**	10.
11.	**A B C D**	**A B C D E**	**D**	11.	**B C D E**	**A B C E**	**D**	11.
12.	**A C D E**	**B D**	**B D**	12.	**B D E**	**A C E**	**B E**	12.
13.	**C D**	**A E**	**B D E**	13.	**B C**	**A B C D**	**A C E**	13.
Max. Punkte	***127 + 16***	***139 + 16***	***135 + 16***	*Max. Punkte*	***141 + 16***	***143 + 16***	***139 + 16***	*Max. Punkte*

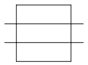
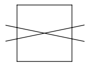
	Klasse 9	Klasse 10		Klasse 11	Klasse 12	
1.	**A B**	**A B C**	1.	**B**	**C D E**	1.
2.	**A D E**	**A C D E**	2.	**B**	**E**	2.
3.	**A B C D**	**B C**	3.	**A B**	**C**	3.
4.	**C**	**B C D**	4.	**D**	**C D E**	4.
5.	**A B C E**	**D E**	5.	**A**	**D**	5.
6.	**A C**	**D E**	6.	**D**	**B D**	6.
7.	**E**	**A C E**	7.	**A B C**	**D**	7.
8.	**D**	**E**	8.	**D E**	**B C**	8.
9.	**B E**	**A B**	9.	**A D E**	**B C D E**	9.
10.	**E**	**B E**	10.	**A B C D E**	**B C D**	10.
11.	**A B C D E**	**A C D E**	11.	**B C D**	**B C E**	11.
12.	**B**	**C D E**	12.	**A B C D**	**A B C E**	12.
13.	**B**	**A B**	13.	**A C**	**C E**	13.
Max. Punkte	***121 + 16***	***131 + 16***	*Max. Punkte*	***123 + 16***	***125 + 16***	*Max. Punkte*

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB – 25. FEBRUAR 2014 – <u>LÖSUNGEN VON AUFGABEN 14</u>

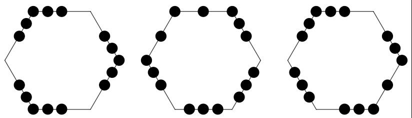
<u>Klasse 3</u>: Mögliche Lösungen: **a)** $2+2=2\cdot 2=4$; **b)** $1+2+3=1\cdot 2\cdot 3=6$;
c) $2+2+2+1+1=2\cdot 2\cdot 2\cdot 1\cdot 1=8$ oder $4+2+1+1=4\cdot 2\cdot 1\cdot 1=8$;
d) $3+3+1+1+1=3\cdot 3\cdot 1\cdot 1\cdot 1$. In allen 4 Fällen **jeweils 4 Punkte** für die richtige Antwort (darf nur eine Lösung / Fall bewertet werden). **(max. 16 P.)**

<u>Klasse 4</u>: In allen 4 Fällen **jeweils 4 Punkte** für die richtige Antwort (darf nur eine Lösung / Fall bewertet werden). (**max. 16 P.**) Eine mögliche Aufteilung:
a) I. 1 kg, 4 kg; **II.** 2 kg, 3 kg; **III.** 5 kg **b) I.** 1 kg, 6 kg; **II.** 2 kg, 5 kg; **III.** 3 kg, 4 kg
c) I. 4 kg, 8 kg; **II.** 5 kg, 7 kg; **III.** 1 kg, 2 kg, 3 kg, 6 kg
d) I. 6 kg, 9 kg; **II.** 7 kg, 8 kg; **III.** 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg

<u>Klasse 5</u>: Für jede richtige Lösung bei **a)** und **b)** jeweils **8-8 Punkte**, darf nur eine Lösung / Fall bewertet werden. (**max. 16 P**.) Bei **c)** und **d)** gibt es keine richtige Lösung, Mögliche Lösungen:

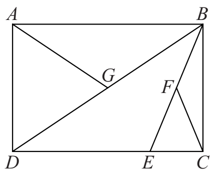
a)  **b)** 

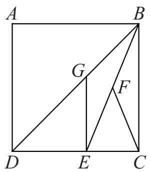
<u>Klasse 6</u>: Es gibt 3 wesentlich verschiedene Möglichkeiten: **a)** in jeder zweiten Ecke liegt ein Punkt; **b)** in 3 benachbarten Ecken liegen Punkte; **c)** in zwei gegenüberliegenden und einer anderen Ecke liegen Punkte (**1 Punkt**). Für jede richtige Zeichnung jeweils **5 Punkte**. Ohne Begründung für die ersten beiden richtigen Zeichnungen jeweils 5 Punkte, für die dritte richtige Zeichnung 6 Punkte. (**max. 16 P**.)



<u>Klasse 7</u>: Wenn die kleinste Zahl ungerade wäre, so wäre die Summe der fünf Zahlen ebenso ungerade. In diesem Falle gibt es also keine Lösung. Die Aufgabe hat zwei Lösungen: 2; 3; 4; 5; 6 ($4+6=2+3+5$) und 4; 5; 6; 7; 8 ($4+5+6=7+8$). Die kleinste Zahl kann nicht 6 oder größer sein, denn die Differenz aus der Summe der zwei größten und der Summe der zwei kleinsten Zahlen nicht mehr als 6 betragen kann. Für die Lösungen gibt es je **5 Punkte**, für Begründungen **6 Punkte**, insgesamt also **max. 16 P**. Bei anderen Lösungswegen – z. B. mit Einführung von Variablen – soll die Punkteverteilung ähnlich erfolgen.

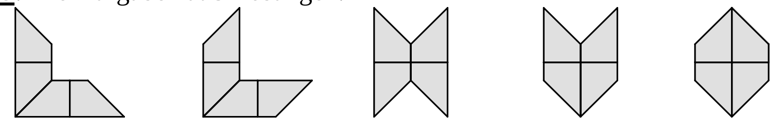
<u>Klasse 8</u>: Ein Rechteck kann durch eine Diagonale in zwei rechtwinklige Dreiecke geteilt werden. Wenn das Rechteck kein Quadrat ist, kann das eine rechtwinklige, aber nicht gleichschenklige Dreieck durch seine zur Hypotenuse gehörende Seitenhalbierende in zwei verschiedene gleichschenklige Dreiecke geteilt werden. (**2 Punkte**). Die Aufteilung in der rechten Abbildung ist richtig (**2 Punkte**), wo G der Mittelpunkt der Strecke BD (**2 Punkte**), E der Schnittpunkt von der Mittelsenkrechten der Strecke BD und der Strecke CD (**2 Punkte**), und F der Mittelpunkt der Strecke EB ist (**2 Punkte**).





Wenn das Rechteck ein Quadrat ist, ist die Aufteilung der linken Abbildung richtig (**2 Punkte**), wo BE die Winkelhalbierende vom Winkel CBD ist (**2 Punkte**), die Senkrechte vom Punkt E auf CD die Strecke BD im Punkt G schneidet (**1 Punkt**), und F der Mittelpunkt der Strecke EB ist (**1 Punkt**).
Alle anderen richtigen Lösungswege sind ähnlich zu bewerten. (**max. 16 P**.)

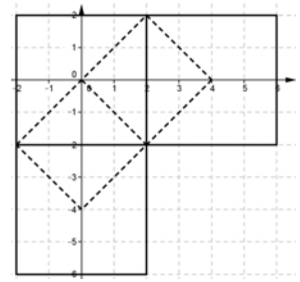
<u>Klasse 9</u>: Die Aufgabe hat 5 Lösungen:



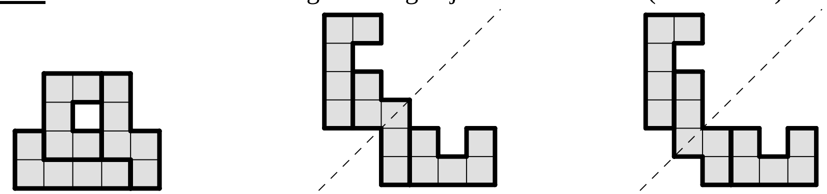
1 richtige Zeichnung **3 Punkte**, 2 richtige Zeichnungen **6 Punkte**, 3 richtige Zeichnungen **9 Punkte**, 4 richtige Zeichnungen **12 Punkte**, 5 richtige Zeichnungen **16 Punkte**.

<u>Klasse 10</u>: Die Aufgabe hat 5 Lösungen:
- **I.** B(2;2), C(–2;2), D(–2; –2)
- **II.** B(2;2), C(6;2), D(6; –2)
- **III.** B(2; –6), C(–2; –6), D(–2; –2)
- **IV.** B(0;0), C(2;2), D(4;0)
- **V.** B(0;0), C(–2; –2), D(0; –4)

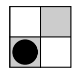
Für jedes richtige Koordinatenpaar **1 Punkt**, für die richtige Skizze **1 Punkt**. Wenn nur eine richtige Skizze vorliegt, sind **2 Punkte** pro Quadrat zu geben. (**max. 16 P**.)

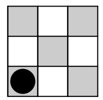


<u>Klasse 11</u>: Für verschiedene richtige Lösungen jeweils **8 Punkte**. (**max. 16 P**.) Beispiele:

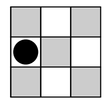


<u>Klasse 12</u>: Auf ein 2×2 großes Schachbrett können 2 Damen so nicht gestellt werden, da nachdem man die erste Dame aufgestellt hat, kann man die zweite Dame nur in eine andere Reihe und Spalte stellen, so kommt sie aber auf eine Diagonale und wird geschlagen. Der Fall $n=2$ ist also nicht möglich. (**1 Punkt**)





Auf ein 3×3 großes Schachbrett können 3 Damen so nicht gestellt werden. (**1 Punkt**) Wäre es möglich, müsste in jeder Spalte genau eine Dame stehen. Tun wir die erste Dame in die erste Spalte in eine Ecke, müssen wir die zwei übrig gebliebenen Damen – wenn wir die Spalte und Reihe der ersten Dame ausschließen – auf einen 2×2 großen Teil stellen, worüber wir schon bewiesen haben, dass es nicht möglich ist. Tun wir aber die erste Dame in die erste Spalte in die Mitte, können wir in die zweite Spalte keine Dame stellen, da sie die erste Dame auf jeden Fall schlagen würde. Der Fall $n=3$ ist also nicht möglich. (**2 Punkte**)



Die Fälle 4×4, 5×5 und 6×6 sind aber möglich. Das zeigen folgende Beispiele (für jede richtige Zeichnung jeweils **4 Punkte**) (**max. 16 P**.):