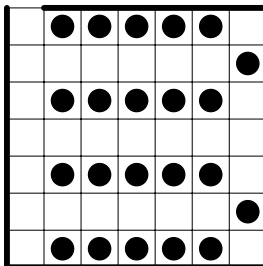


13. Wie viele verschiedene Rechtecke können insgesamt in ein 8×8 Gitternetz eingezeichnet werden, wenn alle Rechteckseiten entlang von Gitternetzlinien verlaufen?

- (A) 204 (B) 512 (C) 784 (D) 1296 (E) 3240

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

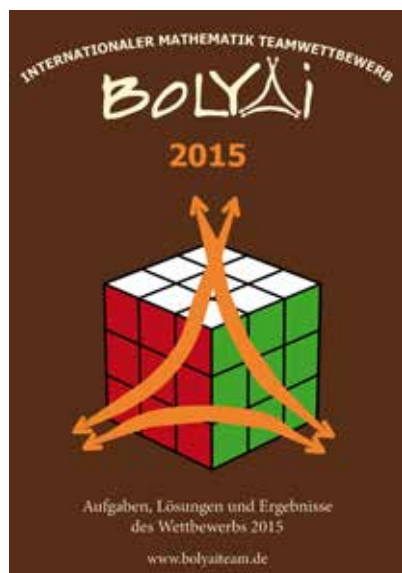
14. Die Abbildung zeigt einen 7×7 Parkplatz. Auf jedem Quadrat ist Platz für genau ein Auto. Der Parkplatz ist eingezäunt. An der oberen linken Ecke ist die Zufahrt. Die Autos fahren auf Wegen mit der Breite von genau einer Quadratseite. Alexander hat 22 Autos so geparkt (in der Abbildung mit Kreisen dargestellt), dass alle Autos aus dem Parkplatz herausfahren können, ohne dass dazu andere Autos bewegt werden müssten.



Euer Auftrag besteht darin, auf dem Parkplatz unter denselben Bedingungen 23, 24, 25, 26, 27 oder 28 Autos zu parken.

1. Lösungshinweis: Je mehr Autos, desto mehr Punkte bekommt ihr.

2. Lösungshinweis: Zeichnet nur die Figur mit den meisten Autos, die ihr parken könntet. Bitte beachtet dabei: Eine Figur, aus der nicht alle Autos herausfahren können, wird nicht bewertet.



Die Aufgaben, deren Lösungen und die Ergebnisse des Wettbewerbs vom Schuljahr 2014/2015 sind als Buch erschienen. Alle Lösungen wurden schülerfreundlich und ausführlich gestaltet. Das Buch kann unter www.bolyaiteam.de bestellt werden.

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Thomas Freund

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

2016

1. RUNDE

KLASSE 10



J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:

PROF. DR. THOMAS FREUND

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Vizepräsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:

NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:

ATTILA FURDEK, Mathematiklehrer

WEISZ ÁGOSTON, Mathematikstudent

LEKTOREN DER ÜBERSETZUNG:

MATTHIAS BENKESER, Mathematiklehrer

MICHAEL KNOTE, Mathematiklehrer

KOORDINATORIN:

RITA FESER, Mathematiklehrerin

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:

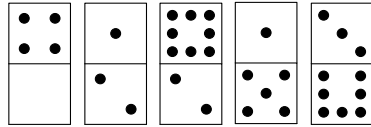
GEORG PROBST, Informatiker

TASSY GERGELY, Mathematiklehrer



www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

- Welche der folgenden Behauptungen sind richtig?
 - Wenn $x^2 = 4$, dann $x = 2$.
 - Wenn $x = 2$, dann $2x + 24 = 28$.
 - Wenn $x = 3$, dann $x^2 = 9$.
 - $x = 5$ dann und nur dann, wenn $x^2 = 25$.
 - $x^2 = 16$ dann und nur dann, wenn $x = 4$.
- In wie viele Dreiecke kann ein beliebiges Dreieck durch gerade Schnitte so zerlegt werden, dass alle entstandenen kleinen Dreiecke mit dem Ausgangsdreieck ähnlich sind?
 - 6
 - 7
 - 8
 - 9
 - 10
- Im Ausdruck $(a + b + c - d)(p - q - r + s - t)(u - v + w)$ multipliziert jemand alle Klammern aus. Das Ergebnis beginnt so: $apu - apv + apw + \dots$ Wie viele der entstanden Produkte haben ein negatives Vorzeichen?
 - 5
 - 12
 - 18
 - 29
 - 31
- Peter hat die hier stehenden 5 Dominos als 1×2 Rechtecke betrachtet. Er stellte von den Dominosteinen ein 2×5 Rechteck her, wo die Augensumme auf der oberen Hälfte des Rechtecks genau zweimal so groß ist, wie die Augensumme auf der unteren Hälfte. Welche der folgenden Zahlen kann die Augensumme auf der unteren Hälfte eines Dominos sein?
 Lösungshinweis: Jeder Dominostein darf vor dem Legen um 180° gedreht werden.
 
 - 3
 - 4
 - 5
 - 7
 - 8
- Betrachten wir die Brüche $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}$ (n ist eine natürliche Zahl und $n > 2$). Welche der folgenden Behauptungen treffen zu?
 - Es gibt ein n so, dass die Anzahl der nicht kürzbaren Brüche gerade ist.
 - Es gibt ein n so, dass die Anzahl der nicht kürzbaren Brüche ungerade ist.
 - Für alle Zahlen n ist die Anzahl der nicht kürzbaren Brüche gerade.
 - Für alle Zahlen n ist die Anzahl der nicht kürzbaren Brüche ungerade.
 - Genau eine der obigen vier Aussagen ist richtig.

- Wie viel beträgt die Summe $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2017}$?
 - $\frac{1008}{2017}$
 - $\frac{2015}{2016}$
 - weniger als $\frac{3}{4}$
 - $\frac{2016}{2017}$
 - mehr als 1
- Bestimmt die reellen Zahlen a und b so, dass bei der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{wenn } 0 \leq x < 1 \\ 2x^2, & \text{wenn } 1 \leq x \leq 2 \\ ax + b, & \text{wenn } 2 < x \leq 3 \end{cases}$$
 jedes y mit $0 \leq y \leq 8$ der Funktionswert von genau einem x mit $0 \leq x \leq 3$ wird. Wie viel kann a sein?
 - 2
 - 1
 - 0
 - 1
 - 4
- Welche der unten stehenden Zahlen ist Ziffer einer 4stelligen Quadratzahl, bei der sowohl die ersten zwei als auch die letzten zwei Ziffern paarweise gleich sind?
 - 1
 - 3
 - 5
 - 7
 - 9
- Für die ganzen Zahlen a, b, c, d gilt: $a < b < c < d$. Durch welche Zahl ist das Produkt $(b-a) \cdot (c-a) \cdot (d-a) \cdot (d-c) \cdot (d-b) \cdot (c-b)$ teilbar?
 - durch 2
 - durch 3
 - durch 4
 - durch 6
 - durch 12
- Gegeben sind 5 Punkte in der Ebene. Keine 3 davon liegen auf derselben Geraden. Jeder der 5 Punkte wurde mit allen anderen Punkten verbunden. Alle der entstandenen Strecken wurden mit Rot oder mit Grün gezeichnet. Wie viele Dreiecke könnten es insgesamt sein, die diese zwei Bedingungen erfüllen: Die Eckpunkte sind 3 Punkte aus den 5 gegebenen Punkten und alle drei Seiten sind gleichfarbig (d.h. alle drei sind rot oder alle drei sind grün)?
 - 0
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
- Welche Werte kann $ab + cd$ annehmen, wenn gleichzeitig gilt: $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$ und $ac + bd = 0$?
 - 1
 - 0
 - 0,5
 - 1
 - 2
- In der Gleichung $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ sind x und y ganze Zahlen. Wie viele geordnete Zahlenpaare $(x; y)$ sind Lösungen der Gleichung?
 - 1
 - 3
 - 5
 - 6
 - Keine dieser Antworten.

Achtung! Aufgaben 13-14 folgen auf der nächsten Seite.