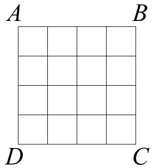
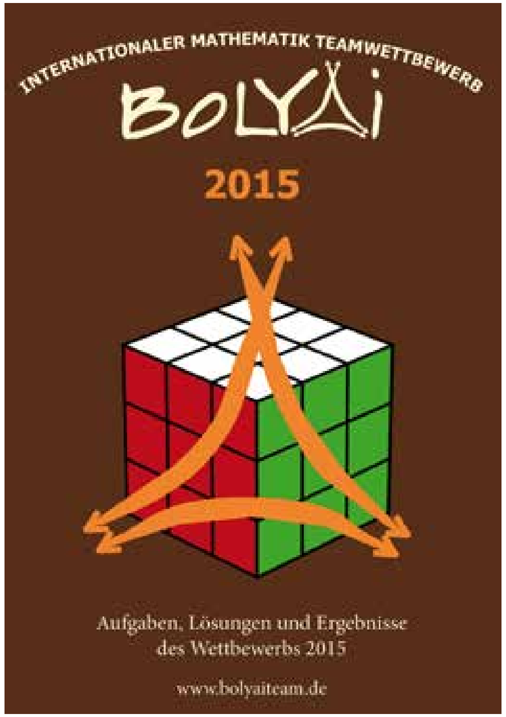
Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Ins Quadrat *ABCD* wurde ein 4×4 Gitternetz eingezeichnet (siehe Abbildung). Euer Auftrag besteht darin, zwei Gitternetzpunkte mit folgender Eigenschaft zu finden:
Wenn man diese zwei Punkte in geeigneter Weise mit *A*, *B*, *C*, *D* verbindet, entsteht ein Sechseck, dessen Flächeninhalt 6 kleinen Quadraten entspricht.
Beachte: Es werden *zwei* verschiedene Sechsecke verlangt.
1. Lösungshinweis: Zeichnet die zwei Sechsecke in getrennten Figuren.
2. Lösungshinweis: Zwei Sechsecke gelten dann als verschieden, wenn sie nicht deckungsgleich (kongruent) sind.





Die Aufgaben, deren Lösungen und die Ergebnisse des Wettbewerbs vom Schuljahr 2014/2015 sind als Buch erschienen. Alle Lösungen wurden schülerfreundlich und ausführlich gestaltet. Das Buch kann unter www.bolyaiteam.de bestellt werden.

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Thomas Freund

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®


C. F. GAUSS

2016

1. RUNDE

KLASSE 11


J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
PROF. DR. THOMAS FREUND
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
ATTILA FURDEK, *Mathematiklehrer*
WEISZ ÁGOSTON, *Mathematikstudent*

Lektoren der Übersetzung:
MATTHIAS BENKESER, *Mathematiklehrer*
MICHAEL KNOTE, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
RITA FESER, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des informatischen Systems:
GEORG PROBST, *Informatiker*
TASSY GERGELY, *Mathematiklehrer*

www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Zwei normale Spielwürfel werden je einmal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Mittelwert der zwei Augenzahlen eine ganze Zahl?

(A) *0,3* **(B)** *0,4* **(C)** *0,5* **(D)** *0,6* **(E)** *Keine dieser Antworten.*

2. Jemand zeichnet eine gerade Strecke auf ein 8×8 Schachbrett. Wie viele Felder kann sie in ihrem Inneren schneiden?

(A) *13* **(B)** *14* **(C)** *15* **(D)** *16* **(E)** *17*

3. In wie viele (nicht unbedingt gleich große) Würfel kann ein Würfel mit der Kantenlänge 132 cm zerschnitten werden?

(A) 20 (B) 22 (C) 38 (D) 2015 (E) 2016

4. Bestimmt die reellen Zahlen a und b so, dass bei der Funktion

$$f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{wenn } 0\le x<1 \\ 2x^2, & \text{wenn } 1\le x\le 2 \\ ax+b, & \text{wenn } 2<x\le 3 \end{cases}$$

jedes y mit $0 \le y \le 8$ der Funktionswert von genau einem x mit $0 \le x \le 3$ wird. Wie viel kann a sein?

(A) *–2* **(B)** *–1* **(C)** *0* **(D)** *1* **(E)** *4*

5. Wie viele verschiedene reelle Lösungen haben die Gleichungen $x^2+ax+b=0$ und $x^2+bx+a=0$ insgesamt, wenn $a+b+1<0$?
<u>Lösungshinweis:</u> Die Gleichungen werden zunächst getrennt gelöst. Anschließend werden alle verschiedenen Lösungen zusammengezählt.

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

6. Mit wie vielen kleinen Kreisscheiben mit dem Radius 3 cm kann eine große Kreisscheibe mit dem Radius 6 cm vollständig überdeckt werden?

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

7. Wie viel beträgt die Summe $\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 10}+\frac{1}{10\cdot 13}+\ldots+\frac{1}{2014\cdot 2017}$?

(A) *weniger als 1* **(B)** $\frac{672}{2017}$ **(C)** $\frac{2014}{2017}$ **(D)** $\frac{2016}{2017}$ **(E)** *mehr als 1*

8. Wir stellen uns die Zahl 1000! vollständig ausgeschrieben vor. Auf wie viele Nullen endet diese Zahl?
<u>1. Lösungshinweis</u>: $1000!=1000\cdot 999\cdot 998\cdot\ldots\cdot 1$
<u>2. Lösungshinweis:</u> Wir verwenden das Zehnersystem.

(A) *200* **(B)** *240* **(C)** *241* **(D)** *249* **(E)** *256*

9. Wie viele 5stellige Zahlen gibt es insgesamt, deren erste Ziffer 7 ist und deren Quersumme 11 beträgt?

(A) *24* **(B)** *29* **(C)** *31* **(D)** *35* **(E)** *38*

10. Alle Felder eines 10×10 Schachbrettes wurden so gefärbt, dass sich in jeder Zeile und jeder Spalte höchstens 5 verschiedene Farben befinden. Insgesamt wie viele verschiedene Farben konnten dazu verwendet werden?

(A) *40* **(B)** *41* **(C)** *42* **(D)** *43* **(E)** *44*

11. Wir konstruieren Quadrate auf alle Seiten einer Raute (außerhalb). Die Mittelpunkte der Quadrate seien A, B, C, D. Entscheide, welche der folgenden Aussagen richtig sind. Das Viereck $ABCD$

(A) *kann ein Parallelogramm sein.* **(B)** *ist ein Parallelogramm.*
(C) *kann eine Raute sein.* **(D)** *kann ein Quadrat sein.*
(E) *ist ein Quadrat.*

12. Auf einem rechteckigen Blatt Papier werden die Mittelpunkte gegenüberliegender Seiten verbunden. Es entstehen zwei senkrechte Linien. Das Blatt wird anschließend zunächst entlang der einen, dann entlang der anderen Linie gefaltet. Wir zeichnen nun zwei verschiedene Punkte so auf das doppelt gefaltete Blatt, dass sie auf keiner der zwei Linien liegen. Anschließend stechen wir das doppelt gefaltete Blatt an den beiden Punkten durch. Danach wird das Papier wieder aufgefaltet. Jeder Stichpunkt wird nun mit allen anderen Stichpunkten durch Geraden verbunden.
Die Frage: Wie viele verschiedene Geraden können so insgesamt entstehen?

(A) *12* **(B)** *18* **(C)** *22* **(D)** *24* **(E)** *28*

13. Welche der unten aufgeführten Zahlen können in der Lösungsmenge des Gleichungssystems $\begin{cases} x+y+xy=-4 \\ y+z+yz=11 \\ z+x+zx=-5 \end{cases}$ vorkommen?

(A) *–6* **(B)** *–5* **(C)** *–3* **(D)** *2* **(E)** *3*

Achtung! Aufgabe 14 folgt auf der nächsten Seite.