„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2017

FINALE

KLASSE 12

J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ATTILA FURDEK, *Mathematiklehrer*

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:
MATTHIAS BENKESER, *Mathematiklehrer*

KOORDINATORIN:
RITA FESER, *Mathematiklehrerin*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
TASSY GERGELY, *Mathematiklehrer*

www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. In eine Schüssel werden nach und nach 10 Eier aufgeschlagen. Unter den Eiern gibt es 8 gute und 2 faule Eier. Ob ein Ei faul ist, erfährt man erst dann, wenn es in die Schüssel aufgeschlagen wird. Sobald ein faules Ei in die Schüssel aufgeschlagen wird, macht es alle Eier unbrauchbar, die vor ihm aufgeschlagen wurden. In solchen Fällen wird die Schüssel geleert und ausgewaschen. Anschließend setzt man das Aufschlagen der restlichen Eier fort. **Die Frage**: Welcher Anteil der guten Eier geht auf diese Weise durchschnittlich verloren?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{2}{3}$ **(E)** $\frac{3}{4}$

2. An der Tafel stehen die Zahlen 1, 2, 3, ..., 20 (und nur diese). Jemand wischt zwei Zahlen weg und schreibt eine andere Zahl an die Tafel. Genauer: Wenn die weggewischten Zahlen a und b sind, so wird an die Tafel statt a und b die Zahl $ab+a+b$ geschrieben. Dieses Verfahren wird insgesamt 19-mal durchgeführt. **Die Frage**: Welche Zahl kann am Ende an der Tafel stehen?
Bemerkung: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot ... \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$.

(A) *19!* **(B)** *20! – 1* **(C)** *20!* **(D)** *21! – 1* **(E)** *21!*

3. In einer Urne sind 101 Kugeln, darunter genau drei rote. Die Kugeln werden nach und nach einzeln aus der Urne gezogen (Ziehen ohne Zurücklegen).
Die Frage: Beim wievielten Ziehen ist die Wahrscheinlichkeit am größten, die zweite rote Kugel zu ziehen?

(A) *33.* **(B)** *51.* **(C)** *60.* **(D)** *66.* **(E)** *67.*

4. Bei einem Würfel wurden die 12 Mittelpunkte aller Kanten markiert. Andreas sucht Ebenen mit folgender Eigenschaft: Jede dieser Ebenen geht durch mindestens drei Kantenmittelpunkte. Wie viele verschiedene Ebenen konnte Andreas gefunden haben? Lösungshinweis: Es kann auch sein, dass Andreas nicht alle Ebenen gefunden hat.

(A) *56* **(B)** *60* **(C)** *81* **(D)** *110* **(E)** *220*

5. Alle vier Seitenflächen einer dreiseitigen Pyramide sind kongruente Dreiecke. Außerdem ist bekannt: Ein Winkel dieser Dreiecke hat die Winkelweite 60°. Alle Kantenlängen der Pyramide sind ganze Zahlen (in cm). Der Durchmesser jener Kugel, auf der alle Eckpunkte der Pyramide liegen, beträgt 23 cm.
Die Frage: Wie viele cm lang kann eine Kante der Pyramide sein?
Bemerkung: Die Pyramide muss nicht regelmäßig sein.

(A) *16* **(B)** *18* **(C)** *19* **(D)** *20* **(E)** *21*