12. Wie viele Punkte lassen sich in der Ebene finden, die folgende Eigenschaft haben: Beliebige drei dieser Punkte bilden ein gleichschenkliges Dreieck.

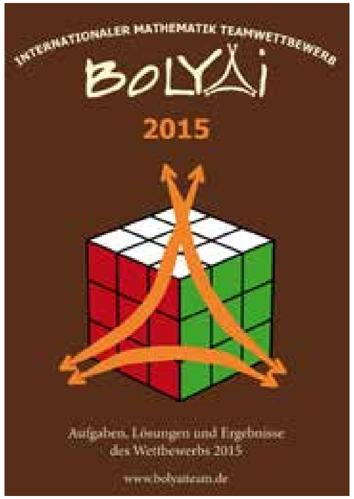
(A) *4 Punkte* **(B)** *5 Punkte* **(C)** *6 Punkte* **(D)** *7 Punkte* **(E)** *8 Punkte*

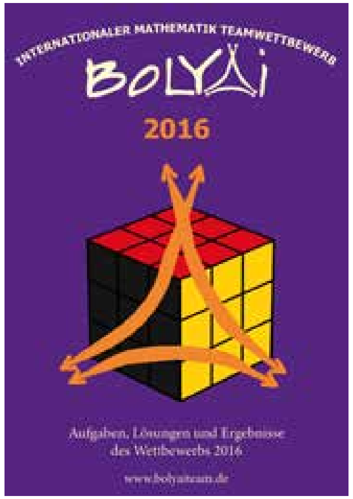
13. Wir gehen von einer vierstelligen Zahl aus und addieren die zwei Zahlen, die sich aus ihren ersten zwei Ziffern und ihren letzten zwei Ziffern ergeben. Diese Summe wird anschließend quadriert. Als Ergebnis erhalten wir wieder genau die vierstellige Zahl, von der wir ausgegangen sind. **Die Frage**: Welche der aufgeführten Ziffern können in der vierstelligen Zahl nicht vorkommen?
Lösungshinweis: Bilden zwei Ziffern beispielsweise 04, so gilt die Zahl 4.

(A) *1* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *6* **(E)** *7*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Die Ladefläche eines LKWs ist ein 3 m × 4 m großes Rechteck. Auf ihr liegt nur ein 2 m langer gerader Stab mit einem Nagel in der Mitte. Während der Fahrt kann sich der Stab frei bewegen wodurch die Ladefläche durch den Nagel zerkratzt wird. Welcher Bereich der Ladefläche kann zerkratzt werden?
1. Lösungshinweis: Die Dicke des Stabes ist zu vernachlässigen.
2. Lösungshinweis: Fertigt eine Skizze an. Schraffiert den gesuchten Bereich. Begründet eure Antwort!





Die Aufgaben, deren Lösungen und die Ergebnisse des Wettbewerbs von den Schuljahren 2014/2015 und 2015/2016 sind als Buch erschienen. Alle Lösungen wurden schülerfreundlich und ausführlich gestaltet. Das Buch kann unter www.bolyaiteam.de bestellt werden.

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®


C. F. GAUSS

2017
1. RUNDE
KLASSE 9


J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ATTILA FURDEK, *Mathematiklehrer*
VÁRADY FERENC, *Hochschulassistent*

LEKTOREN DER ÜBERSETZUNG:
MATTHIAS BENKESER, *Mathematiklehrer*
MICHAEL KNOTE, *Mathematiklehrer*

KOORDINATORIN:
RITA FESER, *Mathematiklehrerin*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
TASSY GERGELY, *Mathematiklehrer*

www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

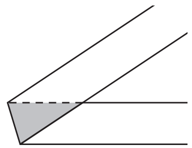
1. Die Zahl 20^{10} wird (im Zehnersystem) ausgeschrieben. Wie viele Stellen hat diese Zahl?

(A) *10* **(B)** *11* **(C)** *13* **(D)** *14* **(E)** *15*

2. Zwei Schneider nähen Hosen. Der erste Schneider schafft 6 Hosen in 5 Tagen, der zweite Schneider schafft 4 Hosen in 3 Tagen. Der erste Schneider arbeitet sechs Tage länger als der zweite. Am Ende stellen sie fest, dass sie gleich viele Hosen genäht haben.
Die Frage: Wie viele Hosen haben sie insgesamt genäht?

(A) *weniger als 72* **(B)** *72* **(C)** *mehr als 72* **(D)** *144* **(E)** *mehr als 144*

3. Ein 7 cm breiter und beliebig langer Papierstreifen wird ohne Verknittern einmal umgefaltet (siehe Figur). Wie viele cm^2 groß kann die schraffierte Fläche sein?



(A) *14* **(B)** *24,5* **(C)** *30,0102* **(D)** *49* **(E)** *beliebig*

4. Die Kantenlänge eines weißen Würfels beträgt 2 cm. Er soll mit roten Papierstreifen vollständig überklebt werden. Alle Streifen sind rechteckig und gleich groß und dürfen sich nicht überlappen.
Die Frage: Bei welchen der aufgeführten Maße für die roten Streifen ist dies möglich?
<u>Lösungshinweis</u>: Die Papierstreifen dürfen nicht zerschnitten werden.

(A) *1 cm × 2 cm* **(B)** *1 cm × 3 cm* **(C)** *1 cm × 4 cm*
(D) *1 cm × 5 cm* **(E)** *1 cm × 6 cm*

5. Das Produkt dreier ganzer Zahlen ist nicht Null. Wenn man alle drei Zahlen um 1 verkleinert, erhält man dasselbe Produkt. Welche der aufgeführten Zahlen können unter den ursprünglichen drei ganzen Zahlen vorkommen?

(A) *–4* **(B)** *–1* **(C)** *1* **(D)** *2* **(E)** *Keine dieser Antworten.*

6. Zwei Fähren starten gleichzeitig von den zwei gegenüberliegenden Ufern eines Flusses. Die eine Fähre ist schneller als die andere. Sie treffen sich an einer Stelle, die vom nächstgelegenen Ufer 700 m entfernt liegt. Jede Fähre hat genau 10 Minuten Aufenthalt am anderen Ufer und kehrt anschließend zurück. Nun treffen sie sich an einer Stelle, die vom Ufer 600 m entfernt liegt (diesmal vom anderen Ufer). Wie breit ist der Fluss?
<u>1. Lösungshinweis</u>: Die Fähren bewegen sich stets senkrecht zu den Ufern.
<u>2. Lösungshinweis</u>: Die Fähren fahren mit konstanten Geschwindigkeiten.

(A) *1300 m* **(B)** *1500 m* **(C)** *1700 m* **(D)** *1900 m* **(E)** *2100 m*

7. Die Innenwinkel des Sechsecks *ABCDEF* haben alle dieselbe Weite. Man weiß außerdem: $\overline{AB} = 3$ cm, $\overline{BC} = 4$ cm, $\overline{CD} = 5$ cm und $\overline{EF} = 1$ cm.
Wie viele cm lang kann die Strecke *AF* sein?

(A) *6* **(B)** *weniger als 7* **(C)** *7* **(D)** *mehr als 7* **(E)** *8*

8. Ein Schwimmer startet bei einer Brücke und schwimmt flussaufwärts. Im selben Augenblick wird ein Ball bei der Brücke vom Wasser erfasst und treibt flussabwärts. Nach 30 Minuten wechselt der Schwimmer seine Schwimmrichtung. Er schwimmt jetzt flussabwärts und holt den Ball 3 km von der Brücke entfernt ein.
Die Frage: Mit welcher Geschwindigkeit fließt das Wasser (in km/h)?
<u>Lösungshinweis</u>: Das Wasser fließt mit konstanter Geschwindigkeit. Der Schwimmer schwimmt die ganze Zeit mit gleichbleibendem Kraftaufwand.

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *6*

9. Ein Floh steht im Mittelpunkt eines Kreises mit dem Radius 9 m. Durch Sprünge bewegt er sich geradlinig in Richtung Kreislinie. Sein erster Sprung ist 2 m weit, sein zweiter Sprung 2,5 m, sein dritter Sprung 2,25 m weit.
Ab jetzt gilt: Jeder weitere Sprung ist stets halb so groß wie sein Vorgängersprung.
Die Frage: Nach wie vielen Sprüngen erreicht der Floh den Kreisumfang?
<u>Lösungshinweis</u>: Die Größe des Flohs ist zu vernachlässigen.

(A) *5* **(B)** *9* **(C)** *13* **(D)** *17* **(E)** *Keine dieser Antworten.*

10. Ein schlauer König stellt für seine Leibgarde 33 neue Soldaten ein, denen er insgesamt 240 Gulden verspricht. Der König vereinbart jedoch folgende Verteilung der 240 Gulden: Er teilt die 33 Soldaten so in Gruppen ein, dass er die 240 Gulden gleichmäßig auf diese Gruppen verteilen kann, ohne dass etwas übrigbleibt. Die Soldaten verteilen anschließend innerhalb jeder Gruppe die Gulden ebenfalls gleichmäßig untereinander. Wenn dabei etwas übrig bleibt, müssen sie es dem König zurückgeben. **Die Frage**: Was ist die größte Anzahl von Gulden, die der schlaue König zurückbekommen kann?
<u>Lösungshinweis:</u> Die Gulden dürfen nicht zerschnitten werden.

(A) *27* **(B)** *28* **(C)** *29* **(D)** *30* **(E)** *31*

11. Ein Würfel hat die Kantenlänge 22 cm. Wie viele Punkte gibt es insgesamt im Inneren des Würfels, deren Abstände zu allen Seitenflächen ausschließlich gerade Zahlen sind (in cm gemessen)?
<u>Lösungshinweis</u>: Punkte auf der Oberfläche zählen <u>nicht</u> zum Inneren des Würfels.

(A) *1000* **(B)** *1331* **(C)** *1452* **(D)** *1728* **(E)** *2015*

Achtung! Aufgaben 12-14 folgen auf der nächsten Seite.