13. Zwei Züge fahren auf zwei parallelen Gleisen in entgegengesetzte Richtungen mit derselben konstanten Geschwindigkeit. Beide Züge bestehen aus je 20 Waggons, die alle gleich lang sind. In einem Zug sitzt Anna im 4-ten Waggon von vorne. Im anderen Zug fährt Bea. Nachdem die zwei Züge sich begegnet sind (die vordersten Punkte der ersten Waggons sind nebeneinander) vergehen 36 Sekunden, bis Annas Waggon sich genau neben Beas Waggon befindet (ohne dass der eine über den anderen hinausragt). Anschließend vergehen noch weitere 44 Sekunden, bis sich die Züge wieder trennen (die hintersten zwei Punkte der letzten Waggons sind nebeneinander).
Die Frage: Im wievielten Waggon von vorne kann Bea in ihrem Zug sitzen?
Bemerkung: Im ersten Waggon ist auch die Lokomotive untergebracht.

(A) *13.* **(B)** *14.* **(C)** *15.* **(D)** *16.* **(E)** *17.*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Im Quadrat $ABCD$ liegt der Punkt M auf der Seite BC und der Punkt N auf der Seite CD, so dass gilt: $\sphericalangle BAM = \sphericalangle MAN = \sphericalangle NAD$. Die Senkrechte aus M auf AN schneidet diese Strecke im Punkt E.
Ermittle die Winkelweite des Winkels $\sphericalangle EDC$!

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®


C. F. GAUSS

2018

1. RUNDE

KLASSE 8


J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Attila Furdek, *Mathematiklehrer*

Lektoren der Übersetzung:
Matthias Benkeser, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Rita Feser, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des informatischen Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Tassy Gergely, *Mathematiklehrer*

www.bolyaiteam.de / www.bolyaiteam.at

Bolyai Team® **Klasse 8** **16. Januar 2018**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Jemand hat die Länge eines Rechtecks um 99 cm erhöht und die Breite um 1 cm verringert. Der Flächeninhalt des Rechtecks

(A) *nahm dabei auf jeden Fall zu.* **(B)** *nahm dabei auf jeden Fall ab.*

(C) *kann dabei unverändert geblieben sein.*

(D) *muss dabei nicht zugenommen haben.*

(E) *muss dabei nicht abgenommen haben.*

2. Eva schrieb auf ein leeres Blatt sieben verschiedene positive ganze Zahlen mit grüner Farbe. Anschließend wählte Eva zwei der grünen Zahlen aus und bildete deren Summe. Die Summe schrieb sie in roter Farbe auf das Blatt. Dieses Verfahren wiederholte sie dann für alle möglichen Paare aus zwei grünen Zahlen. **Die Frage**: Wie viele unterschiedliche rote Zahlen können sich insgesamt auf dem Blatt befinden?

(A) *10* **(B)** *11* **(C)** *13* **(D)** *21* **(E)** *22*

3. An einem Schachturnier spielte Daniel 20 Spiele und gewann insgesamt 12,5 Punkte. Ein Sieg ist 1 Punkt, ein Unentschieden 0,5 Punkte und eine Niederlage 0 Punkte wert. **Die Frage**: Wie viele Spiele kann Daniel insgesamt mehr gewonnen haben als verloren?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

4. Bei einem weißen Quader ist die Grundfläche ein Quadrat. Alle Seitenflächen dieses Quaders werden nun mit Rot gestrichen. Anschließend schneidet jemand den Quader durch gerade Schnitte in gleich große Würfel (der Quader fällt dabei nicht auseinander). Man stellt fest: Unter den entstandenen Würfeln sind genau 28 Würfel mit folgender Eigenschaft: Jeder von ihnen hat genau 2 rot gestrichene, benachbarte Seitenflächen.
Die Frage: In wie viele gleich große Würfel konnte der Quader insgesamt zerschnitten worden sein?

(A) *56* **(B)** *63* **(C)** *72* **(D)** *75* **(E)** *80*

5. Im Parallelogramm $ABCD$ schneidet die Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle BAD$ die Seite BC im Punkt M, die Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle ADC$ schneidet die Seite BC im Punkt K. Ferner gilt: $\overline{KM} = 2$ cm und $\overline{AB} = 3$ cm.
Die Frage: Wie viele cm lang kann die Seite BC des Parallelogramms sein?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

6. In einem zoologischen Garten leben viele Affen. Ein Affe ist an einem Tag nur dann glücklich, wenn er an dem Tag drei unterschiedliche Obstsorten gegessen hat. Heute gibt es 20 Äpfel, 30 Aprikosen, 40 Orangen und 50 Bananen. Wie viele Affen können heute insgesamt glücklich werden?

(A) *40* **(B)** *41* **(C)** *43* **(D)** *45* **(E)** *46*

7. Es sei $x = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{20}$. Jemand multipliziert x mit einer ganzen Zahl und erhält als Ergebnis ebenfalls eine ganze Zahl. Mit welcher der aufgeführten Zahlen konnte man multipliziert haben?

(A) *15* **(B)** *30* **(C)** *60* **(D)** *120* **(E)** *2017*

8. Wir betrachten einige Geraden in der Ebene mit folgender Eigenschaft: Jede der Geraden schneidet genau 4 der anderen Geraden. Wie viele Geraden können es insgesamt sein?

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

9. Jemand hat einige Kreisscheiben auf einen Tisch gelegt. Jede Kreisscheibe berührt genau drei andere Kreisscheiben. Wie viele Kreisscheiben können insgesamt auf dem Tisch liegen?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

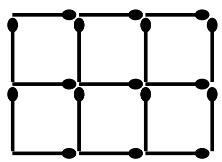
10. Thomas markiert auf der Oberfläche eines Würfels einige Punkte, so dass folgende Bedingung erfüllt ist: Es gibt keine zwei Seitenflächen mit gleich vielen markierten Punkten.
Wie viele Punkte konnte Thomas insgesamt markiert haben?
Bemerkung: Ein Punkt einer Kante liegt auf beiden angrenzenden Seitenflächen (und sogar auf drei, wenn es sich um einen Eckpunkt handelt).

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *10* **(D)** *12* **(E)** *15*

11. Im Dreieck ABC ist $\alpha = 90°$ und $\beta = 35°$. Der Mittelpunkt der Seite BC ist F, der Spiegelpunkt von C an AF ist T. Wie groß kann der Winkel $\sphericalangle ATB$ sein?

(A) *115°* **(B)** *120°* **(C)** *125°* **(D)** *130°* **(E)** *135°*

12. Das nebenstehende Rechteck besteht aus 17 Streichhölzern und 6 kleinen Quadraten. Jemand legt aus 52 Streichhölzern ein neues Rechteck, das ebenfalls aus solchen kleinen Quadraten besteht. Aus wie vielen Streichhölzern kann der Umfang des neuen Rechtecks insgesamt bestehen?



Bemerkung: Die Seite jedes kleinen Quadrates ist ein ganzes Streichholz.

(A) *20* **(B)** *24* **(C)** *36* **(D)** *44* **(E)** *48*

Achtung! Aufgaben 13-14 folgen auf der nächsten Seite.