

11. Eva unterteilt die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 in zwei Gruppen, so dass das Produkt der Zahlen aus der ersten Gruppe und die Summe der Zahlen aus der zweiten Gruppe gleich sind. **Die Frage:** Aus insgesamt wie vielen Zahlen kann die erste Gruppe bestehen?

Bemerkung: Jede der zehn Zahlen kommt in genau einer der zwei Gruppen vor.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
(E) Keine dieser Antworten.

12. Im Viereck $ABCD$ ist E der Mittelpunkt der Seite BC und F der Mittelpunkt der Seite CD . Die Strecken AE , AF und EF zerlegen das Viereck in die Dreiecke ABE , AEF , ADF und CEF . Die Maßzahlen der Flächeninhalte dieser vier Dreiecke sind vier natürliche Zahlen (die Flächeneinheit ist cm^2). Schreibt man diese vier Zahlen in aufsteigender Reihenfolge auf, so stellt man fest: Es handelt sich um vier aufeinanderfolgende natürliche Zahlen. **Die Frage:** Höchstens wie viele cm^2 kann der Flächeninhalt des Dreiecks ABD betragen?

Bemerkung: Alle vier Innenwinkel des Vierecks sind kleiner als 180° .

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 10

13. Max und Moritz möchten Falschgeld herstellen. Sie haben bereits 12 fertig bedruckte Scheine, denen nur noch eine sechsstellige Seriennummer fehlt. Jeder Schein hat hierzu 6 Felder, in die Ziffern eingetragen werden müssen. Sie gehen folgendermaßen vor: Moritz sagt eine Ziffer, entweder eine 1 oder eine 2 (nur diese). Max entscheidet dann, auf welchen Geldschein und in welches leere Feld er diese Ziffer einträgt (Moritz kann sehen, was Max tut). Dies setzen sie fort, bis alle Felder auf allen 12 Scheinen ausgefüllt sind. Wenn sie fertig sind, darf sich Moritz Scheine aussuchen. Aber nur solche Scheine, unter denen keine zwei die gleiche Seriennummer haben. Alle restlichen Scheine gehören Max. **Die Frage:** Was ist die größte Anzahl von Scheinen, die Moritz auf jeden Fall erhalten kann?

Bemerkung: Sowohl Max als auch Moritz tun ihr Bestes, um möglichst viele Scheine zu ergattern.

- (A) 1 (B) 2 (C) 10 (D) 19 (E) 20

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. In einem rechtwinkligen Dreieck werden die Längen der Katheten mit a und b bezeichnet und die Länge der Hypotenuse mit c . Beweise die Ungleichung:

$$\frac{ab + bc + ca}{2} < c^2.$$

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

2019

1. RUNDE

KLASSE 10

(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 10

(ÖSTERREICH)



J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:

PROF. DR. FREUND TAMÁS

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Vizepräsident der Ungarischen Akademie*

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:

NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:

ATTILA FURDEK, Mathematiklehrer

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:

MATTHIAS BENKESER, Mathematiklehrer

KOORDINATORIN:

RITA FESER, Mathematiklehrerin

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:

GEORG PROBST, Informatiker

CSUKA RÓBERT, Elektroingenieur



www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Eva trägt in die Felder einer 5×5 Tabelle alle natürlichen Zahlen von 1 bis 25 ein (in jedes Feld genau eine Zahl). Sie achtet darauf, dass sich zwei aufeinanderfolgende Zahlen stets in zwei benachbarten Feldern befinden. Anschließend notiert sie die Anzahl von Primzahlen für jede Reihe und für jede Spalte. Welche ist die größte der 10 Anzahlen, die sie dabei erhalten kann?

Bemerkung: Zwei Felder sind genau dann benachbart, wenn sie eine gemeinsame Seite haben.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

2. Zwei n -Ecke schneiden sich in insgesamt 64 Punkten. Welche Werte kann n annehmen?

Bemerkung: Die n -Ecke können auch Innenwinkel haben, deren Winkelweite mehr als 180° beträgt.

- (A) 8 (B) 16 (C) 20 (D) 30 (E) 32

3. Alle Innenwinkel eines Vielecks sind kleiner als 180° . Zudem hat das Vieleck keine zwei benachbarten stumpfen Innenwinkel. Wie viele Seiten kann ein solches Vieleck haben?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

4. Es gilt: $a + b = c + d$, $a - b = 2$ und $c - d = 6$. Welchen Wert kann der Term $ab - cd$ annehmen?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

5. Ein Kommissar befragt mehrere Zeugen. Einige sind Ehrliche (die stets die Wahrheit sagen), andere sind Lügner (die stets lügen). Anschließend bittet der Kommissar jeden einzelnen Zeugen zu einem Gespräch unter vier Augen. Dabei möchte er vom Befragten über alle anderen Zeugen erfahren, ob er diese für Ehrliche oder Lügner hält. Unter allen Antworten gab es 44 Mal „Ehrlicher“ und 28 Mal „Lügner“. **Die Frage:** Wie viele richtige Antworten kann der Kommissar erhalten haben?

Bemerkung: Jeder Zeuge weiß über alle anderen Zeugen Bescheid, ob sie Ehrliche oder Lügner sind.

- (A) weniger als 12 (B) weniger als 18 (C) weniger als 36
(D) mehr als 54 (E) mehr als 60

6. Ein Dreieck ABC ist rechtwinklig bei C , $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$ und $\overline{AB} = c$. Es gilt: $a < b < c$. a, b und c sind ganze Zahlen und $a + c = 49$.

Die Frage: Welche Werte kann der Term $b - a$ annehmen?

- (A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 13 (E) 23

7. Entlang eines geraden Flurs gibt es n Zimmer, in denen sich insgesamt $n + 1$ Personen befinden. An der Tür des ersten Zimmers steht das Schild: „In diesem Zimmer gibt es genau 1 Person“. An der Tür des zweiten Zimmers steht das Schild: „In diesem Zimmer gibt es genau 2 Personen“. Diese Beschilderung setzt sich in gleicher Weise fort. An der Tür des n -ten Zimmers steht also das Schild: „In diesem Zimmer gibt es genau n Personen“. Man weiß: Genau eine dieser Aussagen ist falsch.

Die Frage: Wie viele Zimmer kann es entlang des Flurs geben?

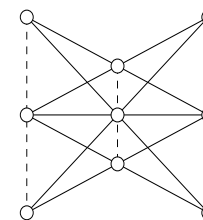
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

8. Eine vierstellige Zahl ist teilbar durch 8. Was kann die Quersumme dieser Zahl sein?

Bemerkung: Unter Quersumme einer Zahl versteht man die Summe all ihrer Ziffern.

- (A) 29 (B) 30 (C) 33 (D) 34 (E) 35

9. Die nebenstehende Figur zeigt 9 Äpfel in 10 Reihen (in jeder Reihe befinden sich genau 3 Äpfel). Es ist bekannt:
I. Das Gesamtgewicht der Äpfel ist in neun Reihen gleich.
II. Das Gesamtgewicht der Äpfel ist in genau einer Reihe abweichend.



Man hat eine Waage zum Wiegen der Äpfel.

Die Frage: Durch wie viele Messungen kann man auf jeden Fall entscheiden, welche die Reihe mit dem abweichenden Gesamtgewicht ist?

1. **Bemerkung:** Die Frage bezieht sich auf die unten aufgeführten Zahlen.

2. **Bemerkung:** Die Waage liefert stets haargenaue Messergebnisse.

3. **Bemerkung:** Logisches Denken spielt bei der Lösung eine Schlüsselrolle.

- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5 (E) 9

10. Im Dreieck ABC beträgt der Innenwinkel bei A 60° und der Innenwinkel bei B 100° . In wie viele gleichschenklige Dreiecke kann das Dreieck ABC zerschnitten werden?

Bemerkung: Außer gleichschenkligen Dreiecken sind keine anderen Figuren entstanden.

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6