

12. Ulli hat die Felder einer aus 7 Zeilen und 8 Spalten bestehenden Tabelle in den Farben rot, blau und grün ausgemalt. Für die Felder jeder beliebigen Zeile ist es zutreffend, dass die Anzahl der roten Felder nicht geringer als die der blauen und auch nicht als die der grünen ist. Für die Felder jeder beliebigen Spalte gilt, dass die Anzahl der blauen Felder nicht geringer als die der roten und auch nicht als die der grünen Felder ist. Wie viele Felder hat Ulli demzufolge insgesamt grün angemalt?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

13. Ein Ausstellungsraum hat einen Grundriss eines Sechsecks (die Wände stehen alle senkrecht zum Boden, die Decke ist flach). In diesem Saal müssen wir Wachmänner so platzieren, dass jeder Punkt des Raumes von einem der Wachmänner gesehen werden kann. Wie viele Wachmänner kann man platzieren um die Forderung sicher zu erfüllen? (Das Sechseck ist beliebig.)

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Löst das folgende Gleichungssystem über der Grundmenge \mathbb{R} :

$$\begin{cases} x^2 - 2y + 2 = 0 \\ y^2 - 4z + 3 = 0 \\ z^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

2020

1. RUNDE

KLASSE 9
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 9
(ÖSTERREICH)



C. F. GAUSS



J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:

PROF. DR. FREUND TAMÁS

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Vizepräsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:

NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

Übersetzer der Aufgaben:

ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin

Lektor der Übersetzung:

THOMAS WILHELM SCHWARZER, Mathematiklehrer

Koordinatorin:

ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin

Betreiber der Homepage und des informatischen Systems:

GEORG PROBST, Informatiker

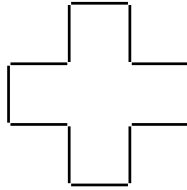
CSUKA RÓBERT, Elektroingenieur



www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Um das Kreuz in der Abbildung zu formen haben wir 12 Stäbchen mit einer Länge von jeweils 1 cm verwendet. Hierdurch entstand das 5 cm² große Kreuz. Wie viele cm² kann der Flächeninhalt einer anderen Figur sein, die man mit diesen 12 Stäbchen bilden kann? Alle 12 Stäbchen werden verwendet, es gibt keine Löcher oder Überlappungen.



- (A) 4 cm² (B) 6 cm² (C) 7 cm² (D) 8 cm² (E) 9 cm²

2. Die einzige reelle Lösung der Gleichung

$$1 - \left(2 - \left(3 - \left(\dots - \left(2018 - \left(2019 - \left(2020 - x \right) \right) \right) \right) \right) \right) = 1010 \text{ ist ...}$$

- (A) kleiner als 1010 (B) 1010 (C) größer als 1010
(D) 2019 (E) 2020

3. Gegeben sind die folgenden fünf widerspruchsfreien Aussagen, über welche eindeutig zu entscheiden ist, ob sie richtig oder falsch ist: **I.:** Die Aussage II ist richtig. **II.:** Unter den Aussagen I, II, III, IV, V ist höchstens eine richtig. **III.:** Jede der Aussagen I, II, III, IV, V ist richtig. **IV.:** ... **V.:** ... Die Aussagen IV und V wurden mit Zaubertinte geschrieben, deshalb sind sie unsichtbar. Welche der 5 Aussagen sind richtig?

- (A) I. (B) II. (C) III. (D) IV. (E) V.

4. Für die reellen Zahlen x und y gilt: $x^2 - y^4 = \sqrt{18x - x^2} - 81$. Welche Aussagen aus den untenstehenden Möglichkeiten können auf den Wert von y zutreffen?

- (A) $y < -2$ (B) $y = 0$ (C) $y = 1$ (D) $1,5 < y < 3,5$ (E) $y > 4$

5. Auf der Suchenicht-Insel sind alle Zwerge entweder Lügner (sie lügen immer) oder ehrliche Zwerge (sie sagen immer die Wahrheit) und haben grüne, rote oder gelbe Mützen. Alle Zwerge haben folgende Fragen beantwortet:

1. Trägst du eine grüne Mütze? Darauf antworteten 40 mit „Ja!“.
2. Trägst du eine rote Mütze? Darauf antworteten 50 mit „Ja!“.
3. Trägst du eine gelbe Mütze? Darauf antworteten 70 Zwerge mit „Ja!“.
4. Hast du bei den vorherigen Fragen immer die Wahrheit gesagt? Darauf antworteten 100 Zwerge mit „Ja!“.

Wie viele ehrliche Zwerge leben insgesamt auf der Suchenicht-Insel? Markiert alle Lösungen.

- (A) 20 (B) 40 (C) 60 (D) 80 (E) 100

6. Gegeben sind 6 Punkte auf einer Ebene, von denen keine 3 auf einer Geraden liegen. Bei wie vielen verbundenen Punktpaaren erhalten wir auf jeden Fall ein Dreieck, dessen Eckpunkte sich unter den gegebenen 6 Punkten befinden? Markiert alle Lösungen.

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

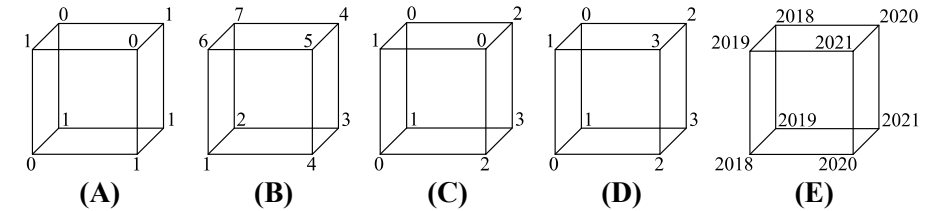
7. Unter den Ziffern der kleinsten durch 28 teilbaren positiven ganzen Zahl, die im Zehnersystem auf 28 endet und deren Quersumme 28 ergibt, befindet/befinden sich...

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

8. Ein Fußgänger war 3,5 Stunden lang unterwegs. Währenddessen legte er in jeder beliebigen Zeitspanne von je einer Stunde 5 km zurück. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit(en) (in km/h) waren hierbei möglich?

- (A) 4,5 (B) 4,8 (C) 5,1 (D) 5,3 (E) 5,5

9. Wir haben in jede Ecke eines Würfels je eine Zahl geschrieben. In jedem Schritt werden immer die zwei Zahlen entlang einer Würfelkante um 1 erhöht. Mit welchem der untenstehenden Würfel als Ausgangszustand ist es möglich, dass wir mit dieser Methode auf allen acht Ecken des Würfels dieselbe Zahl erhalten?



10. In Amerika wird die Temperatur in Grad Fahrenheit (°F) gemessen. Auf dieser gleichmäßigen Skala wird der Gefrierpunkt des Wassers mit 32°F und sein Siedepunkt mit 212°F bezeichnet. Jeden von dieser Skala abgelesenen Temperaturwert runden wir zunächst auf ganze Fahrenheit-Werte. Danach rechnen wir in °C um und runden diesen Wert auf ganze °C. Wie groß kann so die Abweichung in °C von dem tatsächlichen Wert in °C sein?

- (A) $\frac{1}{2}^\circ\text{C}$ (B) $\frac{2}{3}^\circ\text{C}$ (C) $\frac{13}{18}^\circ\text{C}$ (D) $\frac{7}{9}^\circ\text{C}$ (E) $\frac{5}{6}^\circ\text{C}$

11. Wir nennen eine natürliche Zahl *interessant*, wenn ihre Quersumme eine Primzahl (z.B. 2, 3, 5, 7, 11...) ergibt. Wie viele Zahlen können von fünf aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen *interessant* sein?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5