

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

**Prof. Dr. Freund Tamás**

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,  
Präsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

# BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

**2022**

**FINALE**

**KLASSE 11**

**SCHULSTUFE 11**



J. BOLYAI

**FÖRDERER DES WETTBEWERBS:  
PROF. DR. FREUND TAMÁS**

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,  
Präsident der Ungarischen Akademie*

**BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:  
NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer**

**ÜBERSETZER DER AUFGABEN:  
ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin**

**LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:  
THOMAS WILHELM SCHWARZER, Mathematiklehrer**

**KOORDINATOR:  
THOMAS WILHELM SCHWARZER, Mathematiklehrer**

**BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:  
GEORG PROBST, Informatiker  
RÓBERT CSUKA, Elektroingenieur**



[www.bolyaiteam.at](http://www.bolyaiteam.at) / [www.bolyaiteam.de](http://www.bolyaiteam.de)

**Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.**

**Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.**

1. In einer Ebene sind einige Einheitskreise gegeben. Wir färben den Mittelpunkt jedes Kreises grün und markieren genau zwei rote Punkte auf dem Umfang jedes Kreises. Wie viele grüne Punkte gibt es höchstens, wenn insgesamt 25 Punkte auf diese Weise gefärbt sind?  
(A) 18      (B) 19      (C) 20      (D) 21      (E) 22
2. Gegeben sind die reellen Zahlen  $a > 0$ ,  $b > 0$  und  $c > 0$ . Wie viele verschiedene reelle Lösungen können die Gleichungen  $bx^2 + cx + a = 0$ ,  $ax^2 + bx + c = 0$  und  $cx^2 + ax + b = 0$  insgesamt haben?  
(A) 0      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 6
3. Gegeben sind die aufeinanderfolgenden Zahlen: 1, 2, 3, 4, 5, ..., 2022. Wie viele geeignete Zahlen können wir aus dieser Folge so entfernen, dass unter den verbliebenen Zahlen keine gibt, die das Produkt von zwei der ebenfalls verbliebenen unterschiedlichen Zahlen wäre?  
(A) 31      (B) 41      (C) 43      (D) 47      (E) 51
4. Mit  $2 \times 1$ -Dominosteinen wird ein Turm gebaut. Zunächst ordnen wir 55 Dominosteine so an, dass sie ein  $10 \times 11$ -Rechteck bedecken; dies wird die erste Ebene des Turms sein. Darauf bauen wir weitere Ebenen mit 55 Dominosteinen auf, wobei wir darauf achten, dass jede Ebene genau auf die vorherige passt. Der Bau gilt als stabil, wenn sich über jedem inneren Punkt des  $10 \times 11$ -Rechtecks außer den Gitterpunkten mindestens ein innerer Punkt eines Dominosteins befindet. Wie viele Ebenen kann ein solcher stabiler Turm haben?  
(A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7
5. Wir haben die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  so im Raum platziert, dass  $|\overline{AC}| = 10$  und  $|\overline{BD}| = 8$  Längeneinheiten beträgt.  $\overline{AB}$  wird durch  $T$ ,  $\overline{BC}$  durch  $P$ ,  $\overline{DC}$  durch  $Q$  und  $\overline{AD}$  durch  $R$  halbiert. Die Länge von  $\overline{QT}$  beträgt 9 Einheiten. Wie viele Punkte können wir aus den Punkten  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $T$  so wählen, dass sie in der gleichen Ebene liegen?  
(A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7