11. Bezeichnen wir mit e diejenige Gerade, die eine Kante eines Würfels beinhaltet. Wie viele Geraden im Raum gibt es insgesamt, die unter den 12 Geraden, die die Kanten des Würfels beinhalten, genau diejenigen schneiden, die windschief zu e sind? (Zwei Geraden im Raum sind windschief, wenn sie sich nicht schneiden und auch nicht parallel zueinander sind.)

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *mehr als 3*

12. Wie viele rationale Zahlen x gibt es insgesamt, für die: x; $x + 1$; $2x + 1$; $3x$ genau 3 verschiedene Zahlen darstellen?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

13. Jan baute einen massiven Quader aus 30 Einheitswürfeln. Von diesem nahm er nach und nach Einheitswürfel so weg, dass bei jedem Schritt die Größe der Oberfläche des verbleibenden Festkörpers unverändert blieb. Er achtete auch darauf, dass der übrige Körper intakt blieb, d.h. wenn er die Würfel, die mit einer Fläche verbunden waren, zusammenklebte, dann konnte das Bauwerk mithilfe nur eines Würfels angehoben werden. Wie viele Würfel hätte er auf diese Weise wegnehmen können?

(A) *13* **(B)** *14* **(C)** *15* **(D)** *16* **(E)** *17*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Löst die folgende Gleichung in der Menge der positiven ganzen Zahlen!

$$x+\frac{2}{y+\frac{2}{z}}=\frac{7}{3}$$

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2024

1. RUNDE

KLASSE 10
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 10
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzerin der Aufgaben:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
Zsuzsanna Werner, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Róbert Csuka, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Bolyai Team® **Klasse 10 / Schulstufe 10** **16. Januar 2024**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

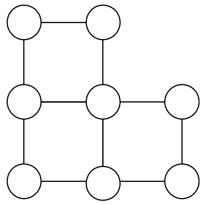
1. Ella besitzt vier kongruente, gleichschenklige, rechtwinklige Dreiecke. Sie hat in ihrem Heft verschiedene (nicht kongruente) konvexe Figuren gezeichnet. Jede dieser Figuren kann von den vier Dreiecken lückenlos und ohne Überlappung abgedeckt werden. Wie viele solche Figuren konnte sie in ihrem Heft gezeichnet haben?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

2. Wir haben nacheinander 1001 Ziffern so in eine Reihe geschrieben, dass beliebig zwei benachbarte Ziffern, die eine zweistellige Zahl bilden, durch 17 oder 23 geteilt werden können. Wenn die erste Ziffer 9 ist, was könnte die letzte Ziffer sein?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *6* **(D)** *8* **(E)** *9*

3. Die Abbildung zeigt eine Karte eines kleinen Parks. Die Kreise sind Plätze und die Strecken zwischen diesen die Wege des Parks. Auf wie viele Arten insgesamt können ein Hund und eine Katze auf zwei verschiedenen Plätzen sitzen, ohne sich zu sehen? Der Hund und die Katze können sich gegenseitig sehen, wenn sie in zwei Kreisen entlang eines geraden Weges sitzen (auch wenn sie nicht nebeneinander liegen), ansonsten können sie sich nicht sehen.

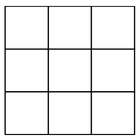


(A) *20* **(B)** *24* **(C)** *28* **(D)** *30* **(E)** *34*

4. Wir haben alle möglichen dreigliedrigen Summen von fünf natürlichen Zahlen gebildet und so die Summen 10, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 24, 25 erhalten. Welche der folgenden Zahlen könnte eine der fünf ursprünglichen Zahlen gewesen sein?

(A) *3* **(B)** *5* **(C)** *7* **(D)** *9* **(E)** *11*

5. Wir schreiben die Zahlen 1, 2, 3, ..., 9 (jeweils eine Zahl) in die Felder einer 3×3-Tabelle. Der Durchschnitt der vier Zahlen in jedem der vier 2×2 Teilbereiche ist eine natürliche Zahl, und der Durchschnitt dieser vier Durchschnitte ist ebenfalls eine natürliche Zahl. Bestimmt den möglichen Wert des Durchschnitts der vier Durchschnitte.



(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

6. In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Längen einer Schwerelinie (Seitenhalbierenden) und auch einer Höhe 1 *cm*. Wie viele Zentimeter lang kann einer der Katheten sein?

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ *cm* **(B)** $\sqrt{2}$ *cm* **(C)** $\sqrt{3}$ *cm* **(D)** *2 cm* **(E)** $2\sqrt{2}$ *cm*

7. Opa Franz schnitzt seit seiner Kindheit leidenschaftlich gerne kleine Holzfiguren. Er nutzt eh und je jede freie Minute und jedes Stück Holz, was er findet. Nun möchte er die zahlreichen Figuren unter seinen Enkeln verteilen. Die Sammlung ist so umfangreich, dass der älteste 100 Figuren erhält und ein Zehntel vom Rest. Der Zweitälteste bekommt 200 Figuren und ein Zehntel vom neuen Rest, der dritte 300 Figuren und ein Zehntel vom neuen Rest, usw. Am Ende erhalten alle gleich viele Figuren. Wie viele Enkel hat Opa Franz?

(A) *6* **(B)** *8* **(C)** *9* **(D)** *10* **(E)** *mehr als 10*

8. Bei Tinas Waschmaschine bleibt die Tür nach Programmende weitere 5 Minuten lang geschlossen und kann erst dann geöffnet werden. Wenn das Display der Waschmaschine anzeigt, dass 90% der Programmzeit verstrichen sind, hat Tina noch 20% ihrer Waschzeit übrig. Wie viele Minuten dauert das Programm der Waschmaschine, wenn Tina die Programmzeit und die Zeit, die zum Öffnen der Tür benötigt wird, in die Waschzeit einbezieht?

(A) *24 Minuten* **(B)** *30 Minuten* **(C)** *35 Minuten*
(D) *40 Minuten* **(E)** *45 Minuten*

9. Neun gute Freunde haben beschlossen, Klubs zu gründen. Jeder Klub hat drei Mitglieder, und zwei Klubs können höchstens ein gemeinsames Mitglied haben. Wie viele Klubs konnten sie gegründet haben? Überprüft die Angaben!

(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *12* **(D)** *13* **(E)** *15*

10. Ein Ball schwamm in einem Teich, und weil er unbeachtet blieb, fror er im Winter ein, als das Wasser im Teich gefror. Plötzlich ist der Ball entdeckt worden und er soll befreit werden. Es ist gelungen, den Ball zu entfernen, ohne die Form des Eises zu verändern, wobei eine Vertiefung mit einem Durchmesser von 24 *cm* am oberen Rand und 6 *cm* an der tiefsten Stelle zurückblieb, was weniger als die Dicke des Eises war. (Wir nehmen an, dass der Ball kugelförmig ist und der Mittelpunkt dieser Kugel sich über der Wasseroberfläche befindet.) Wie viel *cm* war der Radius des Balls?

(A) *9 cm* **(B)** *12 cm* **(C)** *15 cm* **(D)** *18 cm* **(E)** *20 cm*

Achtung! Die Aufgaben 11-14 folgen auf der nächsten Seite.