„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2024

FINALE

KLASSE 12
SCHULSTUFE 12

J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ZSUZSANNA WERNER, *Mathematiklehrerin*

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

KOORDINATOR:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
RÓBERT CSUKA, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

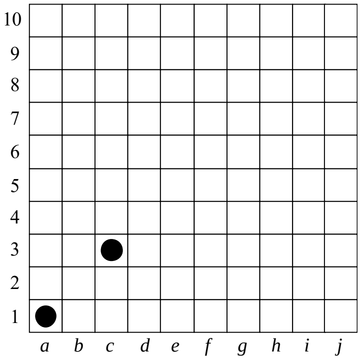
Internationales Finale **Klasse 12 / Schulstufe 12** 29. Juni 2024

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Ein Banktresor kann durch mehrere verschiedene Schlösser geschlossen bzw. geöffnet werden. Die Schlüssel werden unter den vier Kassierern der Bank so verteilt, dass mindestens drei von ihnen anwesend sein müssen, um den Tresor zu öffnen, aber jede Dreiergruppe der Kassierer kann alle Schlösser mit den Schlüsseln, die sie besitzen, öffnen. (Zu einem bestimmten Schloss können mehrere Personen gleichzeitig einen Schlüssel haben, und eine Person kann mehrere unterschiedliche Schlüssel besitzen). Wie viele Schlösser kann dieser Banktresor haben?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

2. In der hier gezeigten Tabelle gibt es in den Feldern *a*1 und *c*3 jeweils eine Scheibe. Abel und Bela wechseln sich beim Ziehen der Scheiben ab und wählen bei jedem Zug diejenige Scheibe aus, die ihnen gerade gefällt. Ein Zug besteht darin, die gewählte Scheibe beliebig weit horizontal nach rechts oder vertikal nach oben zu verschieben, aber wenn die andere Scheibe im Weg ist, kann sie nicht übersprungen oder auf das gleiche Feld gelegt werden. Der erste Spieler, der eine der Scheiben zuerst auf das Feld *j*10 bringt, gewinnt. Welche der folgenden Aussagen treffen zu, wenn Abel beginnt?



(A) *Abel kann unabhängig davon, wie Bela spielt, gewinnen, wenn er mit der Scheibe auf a1 beginnt.*

(B) *Abel kann unabhängig davon, wie Bela spielt, gewinnen, wenn er mit der Scheibe auf c3 beginnt.*

(C) *Bela kann gewinnen, wenn Abel mit der Scheibe auf a1 beginnt. Es ist dann egal, wie Abel desweiteren spielt.*

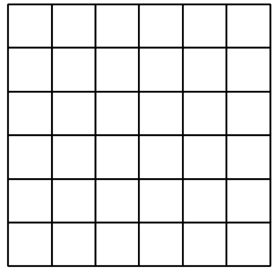
(D) *Bela kann gewinnen, wenn Abel mit der Scheibe auf c3 beginnt. Es ist dann egal, wie Abel desweiteren spielt.*

(E) *Abel kann unabhängig davon, wie Bela spielt, gewinnen, wenn er sowohl seinen ersten als auch seinen zweiten Zug mit derselben Scheibe macht.*

3. Ein Mondroboter (Mondfahrzeug) hat mit der Erkundung eines kugelförmigen Planeten mit einer 400 *km* langen Hauptumlaufbahn (Länge des Äquators des Planeten) begonnen. Der Planet gilt als vollständig erforscht, wenn sich der Mondroboter einem beliebigen Punkt auf seiner Oberfläche in einer Entfernung von mindestens 50 *km* angenähert hat und zu seinem Ausgangspunkt zurückgekehrt ist. Wie viele Kilometer sind nötig, um diesen Planeten vollständig zu erkunden? Die Annäherungsdistanzen des Roboters werden entlang der Oberfläche des Planeten gemessen.

(A) *480 km* **(B)** *500 km* **(C)** *580 km* **(D)** *600 km* **(E)** *680 km*

4. Der Verzauberte Kontinent kann durch ein 6×6 quadratisches Raster dargestellt werden. Jedes Feld ist entweder ein Königreich oder ein umstrittenes Gebiet. Wir nennen zwei Felder benachbart, wenn sie eine gemeinsame Seite oder einen gemeinsamen Eckpunkt haben. Es gibt 27 Königreiche, von denen diejenigen, die an umstrittene Gebiete angrenzen, diese für sich beanspruchen. Karl wurde gebeten, nach Möglichkeit mehrere Anordnungen von Königreichen zu zeichnen, bei denen jedes umstrittene Gebiet von einer unterschiedlichen Anzahl von Königreichen beansprucht wird. Wie viele solche Anordnungen, die alle unterschiedlich sind, konnte Karl zeichnen? Zwei Zeichnungen sind unterschiedlich, wenn die beiden weder durch Drehung noch durch Spiegelung so übereinander gelegt werden können, dass sich die umstrittenen Gebiete alle überschneiden.



(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *Eine solche Anordnung gibt es nicht.*

5. Ein Zauberer tritt mit seinem Helfer auf. Sie stellen 13 leere Kisten um den Umfang eines Kreises herum auf. Der Zauberkünstler verlässt die Bühne und sein Helfer bittet einen Zuschauer, jeweils einen Chip so in zwei Kisten zu legen, dass er diese sehen kann (der Zauberkünstler sieht nichts). Nachdem der Zuschauer die Chips in die beiden Kisten gelegt hat, werden alle Kisten geschlossen, und der Zauberkünstler kehrt zurück. Dann öffnet der Helfer einige leere Kisten, um sie dem Zauberer zu zeigen. Danach soll der Zauberer vier Kisten markieren, unter denen die beiden sind, die je einen Chip beinhaltet haben. Wie viele leere Kisten kann der Helfer öffnen, damit der Zauberkünstler anschließend mit Sicherheit 4 solche Kisten wählen konnte, von denen zwei die Chips beinhaltet haben? (Der Zauberkünstler konnte die Strategie mit seinem Helfer vor der Vorstellung besprechen.)

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*