„Blick ins Buch“
Bolyai Teamwettbewerb
4. Klasse / 4. Schulstufe

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

Jahr 2015

11. In Huffelwuff leben farbige Kraken, die 5, 6 oder 7 Arme haben. Die Sechsarmigen lügen immer, die anderen sagen stets die Wahrheit. Drei Kraken, ein Roter, ein Gelber und ein Grüner trafen sich. Der rote Krake sagte: „Zusammen haben wir 18 Arme”. Der gelbe Krake erwiderte: „Zusammen haben wir 17 Arme”. Der grüne Krake meinte: „Zusammen haben wir 16 Arme”. **Die Frage:** Wie viele Arme können die einzelnen Kraken haben?

(A) *Roter: 5* **(B)** *Gelber: 5* **(C)** *Grüner: 6* **(D)** *Roter: 6* **(E)** *Gelber: 7*

Lösung: Es kann nicht mehr als ein Krake die Wahrheit gesagt haben. Begründung: Würden mindestens zwei die Wahrheit sagen, so würden sie auch gleiche Anzahlen von Armen nennen – in der Aufgabe sind jedoch alle Anzahlen unterschiedlich. Aus dieser Überlegung folgen zwei denkbare Möglichkeiten: 1. Genau ein Krake log nicht. *oder* 2. Alle Kraken logen. Wir untersuchen nun diese Fälle.

<u>1. Fall.</u> Angenommen, genau ein Krake log nicht. Dies bedeutet: Es gibt genau zwei sechsarmige Kraken. Diese haben zusammen 12 Arme.

Der dritte Krake konnte nicht 18 sagen. Begründung: So wären alle *drei* sechsarmig und alle drei würden lügen – es lügen in diesem Fall aber nur *zwei*.

Der dritte Krake konnte nicht 19 sagen. Begründung: 19 ist nicht unter den aufgeführten Zahlen. Dies bedeutet: Der Krake, der nicht log, muss 17 gesagt haben. Begründung: Von den aufgeführten Zahlen bleibt nur noch diese übrig. 17 konnte nur folgendermaßen zu Stande kommen: Der gelbe Krake hatte 5 Arme, der grüne und der rote Krake je 6 Arme, also (B), (C), (D).

<u>2. Fall.</u> Angenommen, alle drei Kraken logen. Dann wären alle drei sechsarmig und hätten zusammen 18 Arme. Der rote Krake hätte dann aber die Wahrheit gesagt. Es kann also nicht sein, dass alle drei gelogen haben.

(A) 75% **(B) 31%** **(C) 63%** **(D) 38%** **(E)** 50%

Jahr 2016

1. Wir haben das Wort LUKAS mehrmals nacheinander aufgeschrieben: LUKASLUKASLUKAS… Welcher ist der 117. Buchstabe in diesem langen Wort?

(A) *L* **(B)** *U* **(C)** *K* **(D)** *A* **(E)** *S*

Lösung: Da das Wort LUKAS aus fünf Buchstaben besteht, ist jeder 5-te Buchstabe derselbe im langen Wort. S steht somit auf den Plätzen 5, 10, 15 usw. 115 ist ein Vielfaches von 5, daher ist der 115-te Buchstabe auch ein S. Wegen den Wiederholungen ist der 116-te Buchstabe ein L (der nächste Buchstabe nach S), der 117-te ein U (der nächste Buchstabe nach L).

(A) 4% **(B) 83%** **(C)** 11% **(D)** 1% **(E)** 1%

Jahr 2017

9. Zwei Schnecken, Kriecher und Krabbler, kriechen um die Wette. Kriecher legt jede Stunde 5 Froschsprünge, Krabbler 8 Froschsprünge zurück. Beim Start hatte Kriecher einen Vorsprung von 15 Froschsprüngen. Wie viele Stunden nach dem Start holt Krabbler Kriecher ein?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

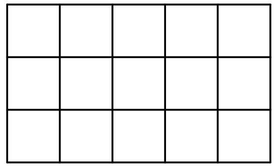
Lösung: Krabbler legt jede Stunde 3 Froschsprünge mehr zurück als Kriecher, denn 8 – 5 = 3. Wir untersuchen nun, wie Kriechers Vorsprung von 15 Froschsprüngen von Stunde zu Stunde schwindet. Nach der ersten Stunde hat Kriecher noch einen Vorsprung von 12 Froschsprüngen (15 – 3), nach der zweiten Stunde 9 Froschsprünge (12 – 3), nach der dritten Stunde 6 Froschsprünge (9 – 3), nach der vierten Stunde 3 Froschsprünge (6 – 3). Am Ende der fünften Stunde hat Kriecher keinen Vorsprung mehr, denn 3 – 3 = 0. Dies bedeutet: **5** Stunden nach dem Start holt Krabbler Kriecher ein.

Alternativlösung: Krabbler kommt jede Stunde 3 Froschsprünge näher zu Kriecher. Dessen Vorsprung von 15 Froschsprüngen wird also nach 15 : 3 = **5** Stunden aufgeholt.

(A) 28% **(B)** 17% **(C) 32%** **(D)** 10% **(E)** 16%

Jahr 2018

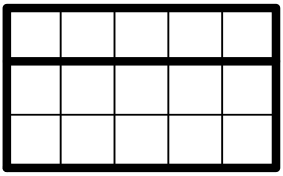
3. Jemand hat das 5×3 Rechteck entlang der Gitternetzlinien in kleinere Rechtecke zerschnitten. Keine zwei dieser kleineren Rechtecke sind gleich. In wie viele solche Rechtecke konnte man das 5×3 Rechteck insgesamt zerlegt haben?

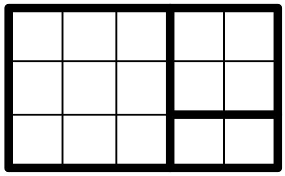


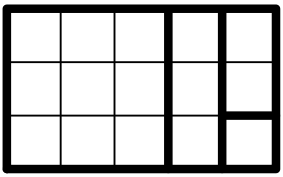
Bemerkung: Quadrate zählen auch zu den Rechtecken.

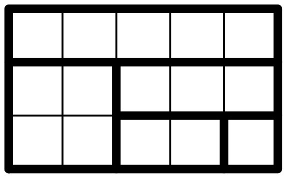
(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **2**, **3**, **4** und **5** Lösungen sind. Tatsächlich:

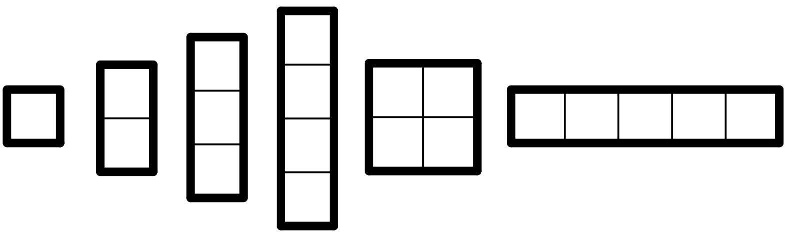
2 Teile: 

3 Teile: 

4 Teile: 

5 Teile: 

In **Teil 2** zeigen wir, dass 6 keine Lösung darstellt. Tatsächlich, selbst wenn wir die 6 kleinsten Rechtecke betrachten (siehe Figur), ergeben diese insgesamt bereits $1+2+3+4+4+5=19$ Kästchen. Dies geht aber nicht, da das Ausgangsrechteck aus nur 15 Kästchen (5×3) besteht.



Die sechs kleinsten Rechtecke

(A) 26% **(B) 39%** **(C) 31%** **(D) 41%** **(E)** 20%