

„Blick ins Buch“ Bolyai Teamwettbewerb 2017

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

Klasse 7

10. Daniel und Peter wiegen ihre Rucksäcke einzeln ab. Die Waage zeigt einmal 30 kg und einmal 20 kg. Als sie beide Rucksäcke auf die Waage legen, wird 60 kg angezeigt. „Wie kann das sein?“ – fragt Peter – „30 + 20 ist doch nicht 60!“ Daniel erwidert: „Das muss wohl daran liegen, dass der Zeiger der Waage verstellt ist.“

Die Frage: Was kann das tatsächliche Gewicht einer der beiden Rucksäcke sein, wenn Daniel Recht hat?

- (A) 10 kg (B) 20 kg (C) 30 kg (D) 40 kg (E) 50 kg

Lösung: In **Teil 1** untersuchen wir den Fall, dass der Zeiger jedes Mal x kg *weniger* anzeigt als das tatsächliche Gewicht (x ist eine feste positive Zahl). Die eigentlichen Gewichte sind damit $30 + x$ kg und $20 + x$ kg. Beide Rucksäcke haben zusammen das wahre Gewicht $60 + x$ kg. Andererseits entspricht $60 + x$ dem Term $(30 + x) + (20 + x) = 50 + 2x$. Es folgt $60 + x = 50 + 2x$ mit der Lösung $x = 10$ kg. Wir deuten noch dieses Ergebnis. Das tatsächliche Gewicht der Rucksäcke ist **40 kg** ($30 + 10$) und **30 kg** ($20 + 10$).

Bemerkung: Zusammen wiegen die zwei Rucksäcke 70 kg. Die Waage zeigt jedoch nur 60 kg an ($70 - 10$) und es stimmt.

In **Teil 2** untersuchen wir den Fall, dass der Zeiger jedes Mal x kg *mehr* anzeigt als das tatsächliche Gewicht (x ist eine feste positive Zahl). Die eigentlichen Gewichte sind damit $30 - x$ kg und $20 - x$ kg. Beide Rucksäcke haben zusammen das wahre Gewicht $60 - x$ kg. Andererseits entspricht $60 - x$ dem Term $(30 - x) + (20 - x) = 50 - 2x$. Es folgt $60 - x = 50 - 2x$ mit der Lösung $x = -10$ kg. Die müssen wir aber verwerfen, weil sie nicht positiv ist.

Beachte: Streng genommen liefert Teil 2 keine Lösung. Wir könnten die -10 jedoch auch folgendermaßen auffassen: -10 kg mehr bedeutet 10 kg weniger.

- (A) 15% (B) 18% (C) **69%** (D) **61%** (E) 11%

13. Bea ist heute dreimal so alt wie Anna. In vier Jahren wird Bea nur noch zweimal so alt sein wie Anna dann ist. Wie alt wird Bea in vier Jahren sein?

(A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 12 (E) 16

Lösung: Wir arbeiten mit systematischem Probieren. Wir untersuchen die Fälle, dass Anna heute 1, 2, 3 4, oder 5 Jahre alt ist (siehe Tabelle). Die anderen Reihen haben wir entsprechend ausgefüllt.

Beachte: Da 16 die größte der aufgezählten Zahlen ist, ist die Untersuchung von weiteren Zahlen nicht erforderlich.

Anna heute	1	2	3	4	5
Bea heute	3	6	9	12	15
Anna in 4 Jahren	5	6	7	8	9
Bea in 4 Jahren	7	10	13	16	19

Der Tabelle kann man entnehmen: Nur die vierte Spalte liefert eine Lösung. Anna ist heute 4 und Bea 12 Jahre alt ($12 = 3 \cdot 4$). In 4 Jahren wird Anna 8 und Bea **16** Jahre alt sein ($16 = 2 \cdot 8$).

Alternativlösung: Anna sei heute x Jahre alt. Bea ist dann heute $3x$ Jahre alt. Die Differenz ihrer Alter ändert sich nicht, sie ist und bleibt stets $2x$ ($3x - x$). In vier Jahren wird Bea *einerseits* zweimal so alt sein wie Anna. *Andererseits* wird sie um $2x$ Jahre älter sein als Anna. Daraus folgt: In vier Jahren wird Anna $2x$ Jahre alt sein. Heute ist sie x Jahre alt. Dies bedeutet: $2x - x = 4$, also $x = 4$. Anna ist also heute 4 Jahre und Bea 12 Jahre ($3 \cdot 4$) alt. In vier Jahren wird Anna 8 und Bea **16** Jahre alt sein ($16 = 2 \cdot 8$).

(A) 1% (B) 2% (C) 7% (D) 13% (E) **79%**