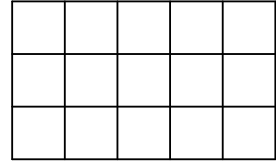


„Blick ins Buch“ Bolyai Teamwettbewerb 2018

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

4. Klasse / 4. Schulstufe

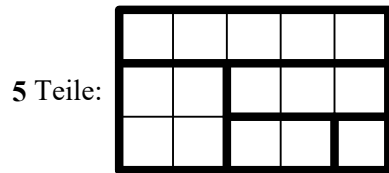
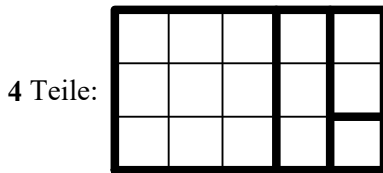
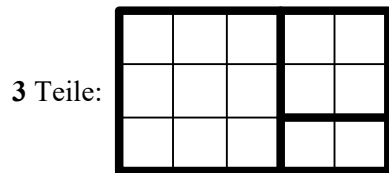
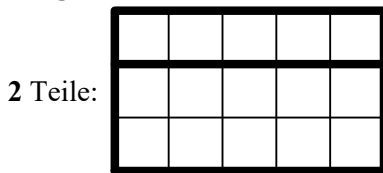
3. Jemand hat das 5×3 Rechteck entlang der Gitternetzlinien in kleinere Rechtecke zerschnitten. Keine zwei dieser kleineren Rechtecke sind gleich. In wie viele solche Rechtecke konnte man das 5×3 Rechteck insgesamt zerlegt haben?



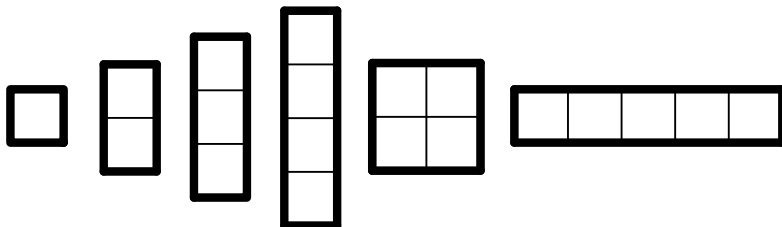
Bemerkung: Quadrate zählen auch zu den Rechtecken.

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Lösung: In Teil 1 zeigen wir, dass 2, 3, 4 und 5 Lösungen sind. Tatsächlich:



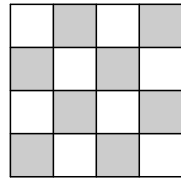
In Teil 2 zeigen wir, dass 6 keine Lösung darstellt. Tatsächlich, selbst wenn wir die 6 kleinsten Rechtecke betrachten (siehe Figur), ergeben diese insgesamt bereits $1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 5 = 19$ Kästchen. Dies geht aber nicht, da das Ausgangsrechteck aus nur 15 Kästchen (5×3) besteht.



Die sechs kleinsten Rechtecke

- (A) 26% (B) 39% (C) 31% (D) 41% (E) 20%

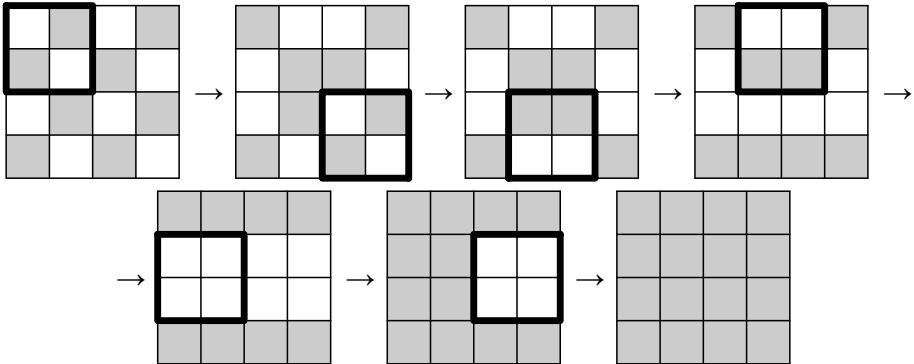
11. Bei einem 4×4 Brett sind die Felder abwechselnd weiß und grau (siehe Figur). Man kann sich nun einen 2×2 Bereich aussuchen und in diesem Bereich die Farben aller Felder umändern (aus weiß wird grau und umgekehrt). Dieses Verfahren darf man beliebig oft wiederholen.



Die Frage: In wie vielen Schritten kann man erreichen, dass alle Felder grau werden?

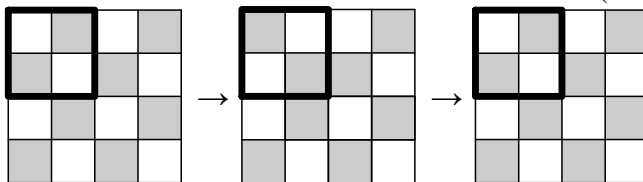
- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **6 Schritte** reichen. Dazu geben wir eine mögliche Lösung an (*Figur 1*). Überall wurden jene 2×2 Bereiche eingrahmt, bei denen die Farben geändert werden. Die 6 Pfeile stehen für die 6 Schritte:



Figur 1

In **Teil 2** zeigen wir, dass es auch mit **8 Schritten** geht. Tatsächlich, wenn wir in einem 2×2 Bereich die Farben umändern und anschließend noch einmal umändern, erhalten wir die Farben des ursprünglichen Bereichs. Anders gesagt: Durch diese zwei Schritte ändert sich letztendlich nichts (s. *Figur 2*).

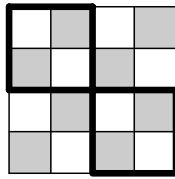


Figur 2

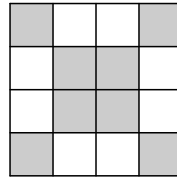
Wenn man nun zunächst die 2 Schritte wie in *Figur 2* und anschließend die 6 Schritte aus *Figur 1* durchführt, kann man in **8 Schritten** erreichen ($2 + 6$), dass alle Felder grau werden.

In **Teil 3** zeigen wir, dass es auch mit **10 Schritten** geht. Dazu werden zunächst *zweimal* die 2 Schritte wie in *Figur 2* und anschließend die 6 Schritte aus *Figur 1* durchführt ($2 + 2 + 6 = 10$).

In **Teil 4** zeigen wir, dass es auch mit **12 Schritten** geht. Dazu werden zunächst *dreimal* die 2 Schritte wie in *Figur 2* und anschließend die 6 Schritte aus *Figur 1* durchführt ($2 + 2 + 2 + 6 = 12$).



Figur 3



Figur 4

In **Teil 5** zeigen wir, dass es mit 4 Schritten nicht geht. Begründung: Die zwei 2×2 eingerahmten Bereiche aus *Figur 3* müssen auch umgefärbt werden. Dazu braucht man 2 Schritte. So entsteht *Figur 4*. In dieser Figur gibt es aber noch 8 weiße Felder. In einem Schritt kann man jedoch nicht mehr als 2 weiße Felder in graue Felder umwandeln. Daraus folgt, dass man noch weitere 4, insgesamt also 6 ($2 + 4$) Schritte bräuchte. 4 Schritte reichen also nicht aus.

Bemerkung: Ähnlich lässt sich zeigen, dass man auch mit zwei anderen Startbereichen nicht zum Ziel kommt.

Die Aufgabe ist mit weniger als 6 Schritten nicht lösbar.

- (A) 27% (B) 9% (C) 51% (D) 7% (E) 8%