

„Blick ins Buch“ Bolyai Teamwettbewerb 2018

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

6. Klasse / 6. Schulstufe

5. Zwei Mannschaften spielten insgesamt 12 Spiele gegeneinander. Bei einem Sieg gab es 4 Punkte, bei einem Unentschieden 2 Punkte und bei einer Niederlage 1 Punkt. Die zwei Mannschaften bekamen zusammen insgesamt 54 Punkte. Wie viele der Spiele konnten insgesamt Unentschieden ausgegangen sein?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

Lösung: In **Teil 1** formulieren wir einige Feststellungen.

1. Feststellung: Bei Sieg / Niederlage erhielten die zwei Mannschaften zusammen insgesamt $4 + 1 = 5$ Punkte.

2. Feststellung: Bei Unentschieden erhielten die zwei Mannschaften zusammen insgesamt $2 + 2 = 4$ Punkte.

Aus der 1. und 2. Feststellung folgt:

3. Feststellung: Bei Unentschieden erhielten die zwei Mannschaften zusammen 1 Punkt weniger als bei Sieg / Niederlage.

In **Teil 2** beantworten wir die eigentliche Frage. Aus der 1. Feststellung folgt: Wenn kein Spiel Unentschieden ausgegangen wäre, hätten die zwei Mannschaften zusammen insgesamt 60 Punkte erhalten ($12 \cdot 5$).

Statt 60 erhielten die zwei Mannschaften aber insgesamt nur 54 Punkte, also 6 Punkte weniger als 60. Aus der 3. Feststellung folgt: Es muss daher **6** Mal ein Unentschieden gegeben haben.

Alternativlösung: Wir bezeichnen mit n die Anzahl der Spiele, die mit Unentschieden endeten. Die anderen $12 - n$ Spiele endeten damit nicht mit Unentschieden. Die Anzahl der Gesamtpunkte ist $4 \cdot n + 5 \cdot (12 - n)$, siehe die Feststellungen des ersten Lösungsweges. Aus der Bedingung

$4n + 5 \cdot (12 - n) = 54$ folgt $4n + 60 - 5n = 54$. Es ergibt sich $n = 6$.

(A) 26% (B) 18% (C) 16% (D) **51%** (E) 14%

13. Auf einer Insel leben nur Ehrliche (die stets die Wahrheit sagen) und Lügner (die stets lügen). Ein Tourist begegnet einer Gruppe von fünf Inselbewohnern und stellt jedem die Frage: „Wie viele Ehrliche gibt es unter euch fünf?“ Er erhält nach und nach folgende Antworten: 1, 2, 2, 3, 3.

Die Frage: Wie viele Ehrliche könnten in der Gruppe insgesamt sein?

Bemerkung: Jeder der fünf Inselbewohner weiß Bescheid, ob die anderen vier Ehrliche oder Lügner sind.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **0** eine Lösung ist. Dies bedeutet: Alle fünf sind Lügner. Keiner (0) sagt also die Wahrheit, sondern nennt andere Zahlen. Dies ist bei den Antworten 1, 2, 2, 3, 3 auch der Fall.

In **Teil 2** zeigen wir, dass **1** eine Lösung ist. Dies bedeutet: 1 Person ist ein Ehrlicher, die anderen vier sind Lügner. Der Ehrliche antwortet mit 1, die vier Lügner mit 2, 2, 3, 3. Es stimmt also.

In **Teil 3** zeigen wir, dass **2** eine Lösung ist. Dies bedeutet: Zwei Personen sind Ehrliche, die anderen drei sind Lügner. Die zwei Ehrlichen antworten mit 2, 2, die drei Lügner mit 1, 3, 3. Es stimmt also.

In **Teil 4** zeigen wir, dass **3** keine Lösung ist. Begründung: Wenn es in der Gruppe genau drei Ehrliche gäbe, müssten drei Personen mit 3 geantwortet haben. Unter den Antworten 1, 2, 2, 3, 3 gibt es aber nur zwei 3-er.

In **Teil 5** zeigen wir, dass **4** keine Lösung ist. Begründung: Wenn es in der Gruppe genau vier Ehrliche gäbe, müssten 4 Personen mit 4 geantwortet haben. Unter den Antworten 1, 2, 2, 3, 3 gibt es aber gar keine einzige 4.

(A) 32% (B) 56% (C) 64% (D) 18% (E) 7%