

„Blick ins Buch“

Bolyai Teamwettbewerb 2019

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

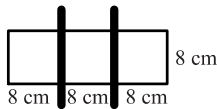
6. Klasse / 6. Schulstufe

3. Ein Rechteck wurde durch zwei gerade Schnitte in gleich große Quadrate mit jeweils der Seitenlänge 8 cm zerlegt. Wie viele cm^2 groß kann der Flächeninhalt des Rechtecks gewesen sein?

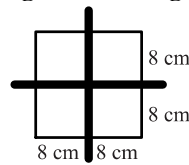
Bemerkung: Bei der Zerlegung sind außer den Quadraten keine weiteren Figuren entstanden.

- (A) 128 (B) 192 (C) 256 (D) 320 (E) 384

Lösung: Es gibt zwei Möglichkeiten, siehe *Figur 1* und *Figur 2*.



Figur 1



Figur 2

Das Rechteck aus *Figur 1* hat als Länge 24 cm, als Breite 8 cm. Damit ist sein Flächeninhalt $24 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 192 \text{ cm}^2$.

Das Rechteck aus *Figur 2* ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 16 cm. Sein Flächeninhalt ist $16 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm} = 256 \text{ cm}^2$.

Beachte: Ein Quadrat ist auch ein Rechteck.

- (A) 42% (B) **32%** (C) **27%** (D) 8% (E) 4%

4. Daniel notiert zehn aufeinanderfolgende positive ganze Zahlen. Wie viele von diesen Zahlen können weder durch 2, noch durch 3, noch durch 5 teilbar sein?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **2** eine Lösung ist. Dazu geben wir ein passendes Beispiel von zehn Zahlen an: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39. Nur die **2** Zahlen 31 und 37 sind weder durch 2, noch durch 3, noch durch 5 teilbar. In **Teil 2** zeigen wir, dass **3** eine Lösung ist. Dazu geben wir ein passendes Beispiel von zehn Zahlen an: 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25. Nur die **3** Zahlen 17, 19 und 23 sind weder durch 2, noch durch 3, noch durch 5 teilbar. In **Teil 3** zeigen wir, dass **4** eine Lösung ist. Dazu geben wir ein passendes Beispiel von zehn Zahlen an: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,

19. Nur die 4 Zahlen 11, 13, 17 und 19 sind weder durch 2, noch durch 3, noch durch 5 teilbar.

In **Teil 4** begründen wir, warum 1 keine Lösung ist. Jede zweite der zehn Zahlen ist durch 2 teilbar, daher gibt es 5 Zahlen, die durch 2 teilbar sind. Beispielsweise sind bei den Zahlen 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39 aus Teil 1 die 5 Zahlen 30, 32, 34, 36, 38 durch 2 teilbar. Unter den fünf anderen Zahlen (die also nicht durch 2 teilbar sind) gibt es eine Zahl, die durch 5 teilbar ist und höchstens zwei Zahlen, die durch 3 teilbar sind. Bei den Zahlen aus Teil 1 ist aus 31, 33, 35, 37, 39 die Zahl 35 durch 5 teilbar und sind die 2 Zahlen 33 und 39 durch 3 teilbar. Wir haben also höchstens 8 Zahlen ($5 + 1 + 2$), die durch 2, 3 oder 5 teilbar sind. Daraus folgt: Es gibt mindestens 2 Zahlen, die weder durch 2, noch durch 3, noch durch 5 teilbar sind. 1 ist daher keine Lösung.

Anregung: Der geneigte Leser möge den Gedankengang an weiteren Beispielen prüfen.

In **Teil 5** begründen wir, warum 5 keine Lösung ist. Unter den zehn Zahlen gibt es fünf, die durch 2 teilbar sind und noch eine weitere, die durch 5 teilbar ist (siehe Teil 1). Da mindestens sechs ($5 + 1$) Zahlen durch 2 oder 5 teilbar sind, kann es höchstens 4 ($10 - 6$) Zahlen mit der gesuchten Eigenschaft geben. 5 ist daher keine Lösung.

- (A) 29% (B) 54% (C) 27% (D) 25% (E) 4%