

„Blick ins Buch“

Bolyai Teamwettbewerb 2019

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

9. Klasse / 9. Schulstufe

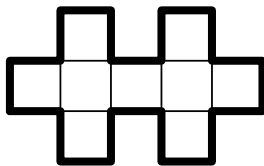
1. Für ein 20-Eck gilt: I. Je zwei benachbarte Seiten stehen senkrecht zueinander. *und* II. Jede Seite ist 1 cm lang. **Die Frage:** Wie viele cm^2 kann der Flächeninhalt eines solchen 20-Ecks betragen?

Bemerkung: Das 20-Eck darf keine Teile der Form wie in der Figur beinhalten. Hier gibt es nämlich einen Punkt, der auf vier Seiten liegt. Jeder Eckpunkt muss aber gemeinsamer Punkt von *genau* 2 benachbarten Seiten sein.

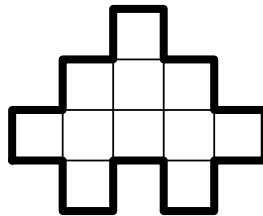


- (A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 13 (E) 15

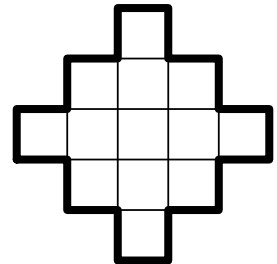
Lösung: In Teil 1 zeigen wir, dass 9, 11 und 13 Lösungen sind. Dazu geben wir je ein passendes Beispiel an:



Flächeninhalt 9 cm^2

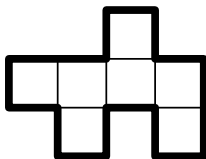


Flächeninhalt 11 cm^2

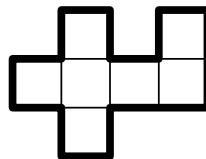


Flächeninhalt 13 cm^2

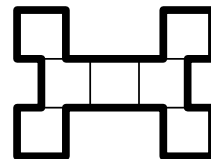
In Teil 2 erläutern wir, dass 7 keine Lösung ist. Man kann die Aufgabe auch so auffassen: Gegeben sind 7 kleine Quadrate mit der Seitenlänge 1 cm, aus denen man ein 20-Eck mit der Eigenschaften aus der Aufgabe basteln soll. Man stellt jedoch fest: Es gibt überhaupt kein Vieleck bestehend aus 7 kleinen Quadraten, das sowohl I. als auch II. erfüllen würde. Man kann versuchen, Vielecke zu basteln, die I. erfüllen. Diese erfüllen aber II. nicht. *Figur 1*, *Figur 2* und *Figur 3* zeigen drei solche Vielecke. 7 ist daher keine Lösung.



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Anregung: Der geeignete Leser möge weitere Vielecke aus 7 kleinen Quadraten untersuchen.

(A) 4% (B) 38% (C) 34% (D) 48% (E) 12%

8. Eva unterteilt die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 in zwei Gruppen, so dass das Produkt der Zahlen aus der ersten Gruppe und die Summe der Zahlen aus der zweiten Gruppe gleich sind. **Die Frage**: Aus insgesamt wie vielen Zahlen kann die erste Gruppe bestehen?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) Keine dieser Antworten.

Lösung: In **Teil 1** zeigen wir, dass **2** eine Lösung ist. Wenn sich in der ersten Gruppe die Zahlen 6 und 7 befinden, dann sind in der zweiten Gruppe die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10. Probe: $6 \cdot 7 = 42$ und $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8 + 9 + 10 = 42$. Die Bedingung ist erfüllt.

In **Teil 2** zeigen wir, dass **3** eine Lösung ist. Wenn sich in der ersten Gruppe die Zahlen 1, 4 und 10 befinden, dann sind in der zweiten Gruppe die Zahlen 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9. Probe: $1 \cdot 4 \cdot 10 = 40$ und $2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 40$. Die Bedingung ist erfüllt.

In **Teil 3** zeigen wir, dass **4** eine Lösung ist. Wenn sich in der ersten Gruppe die Zahlen 1, 2, 3 und 7 befinden, dann sind in der zweiten Gruppe die Zahlen 4, 5, 6, 8, 9, 10. Probe: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$ und $4 + 5 + 6 + 8 + 9 + 10 = 42$. Die Bedingung ist erfüllt.

In **Teil 4** zeigen wir, dass **1** keine Lösung ist. Wenn sich in der ersten Gruppe nur eine Zahl befände, wäre die Summe der anderen neun Zahlen mindestens $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ (wenn die Zahl in der ersten Gruppe die 10 ist). Eine Zahl zwischen 1 und 10 kann aber niemals den Wert 45 oder mehr annehmen. Die Bedingung ist nicht erfüllt.

In **Teil 5** begründen wir, dass (E) ebenfalls keine Lösung ist. Denn: Wir haben bereits richtige Antworten gefunden (siehe Teil 1, Teil 2 und Teil 3).

(A) 2% (B) 38% (C) 34% (D) 27% (E) 26%